

## RAPPORT PERSONNEL MATHS EN JEANS 2

### I/L'animation au Souk des sciences à Plan de Campagne.

#### A) L'animation d'évaluation.

Pour cette première évaluation nous devions animer au Souk des Sciences situé dans la galerie marchande de Plan de Campagne. A l'approche de cette première évaluation nous appréhendions énormément pour plusieurs raisons. Nous n'avions jamais auparavant fait ce genre d'animation, nous ne savions pas trop ce que le public et les professeurs attendaient de nous et nos supports d'animation n'était pas du tout au point. Notre animation reposait sur un jeu sur ordinateur qui nous servait de support pour pouvoir appliquer nos méthodes de résolutions de labyrinthe et attirer le public. Nous avions aussi des posters à notre disposition afin d'attirer l'oeil. Les premiers problèmes sont survenu à l'approche de l'animation, le jeu n'était pas au point nous étions loin de nos objectifs fixé en début de semestre.

Nous étions censé créer un jeu qui générerait aléatoirement des labyrinthes, avec un affichage à la première personne plus un visualiseur avec vu d'au dessus en temps réel. A l'approche de la première animation nous n'avions pas le générateur aléatoire de labyrinthe, nous avions quelques labyrinthes déjà créé à l'aide de matrice pré rempli manuellement. Le visualiseur n'était présent et l'interface graphique non plus, on avait un simple affichage grossier sur le terminal des murs dans la case où se trouvait le joueur.

Concernant les posters j'avais demandé à Rafik de s'en occuper étant donné que Ismet et moi nous étions occupé du code du jeu. La veille Rafik m'envoyait un poster tout ce qui est de plus médiocre, j'ai du reprendre la veille ce poster et le rendre beaucoup plus attrayant. A la suite de ça je lui ai renvoyé et Rafik s'est chargé de l'imprimer et de nous le ramené au moment de l'animation.

#### B) Déroulement de l'animation.

Les débuts de l'animation furent laborieux, nous avions du mal à attirer le public. Les gens étaient fermés, réticent on avait même l'impression qu'ils avaient peur de venir à notre stand. Malgré tout nous avons réussi à attirer la curiosité d'un public très jeune, des enfants âgés entre 7 et 10ans et a leur inculquer quelques notions sur ce qu'est un labyrinthe et comment en sortir. Pendant la pause déjeuner nous nous sommes concerté avec Ismet sur comment remédier à notre problème car on ne pouvait pas passer tout l'après-midi ainsi, il fallait qu'on attire plus de monde et un public plus diversifié. Nous avons eu alors l'idée dans un premier temps de jouer sur le côté interactif du jeu démarcher auprès des gens, et surtout les rassurer quand à leur venu au stand. Pour attirer les gens nous allions à leur rencontre en leur proposant de venir jouer à notre jeu et surtout en spécifiant qu'il n'avait rien à perdre et qu'il s'agissait d'une animation gratuite. A la suite de ça, l'animation s'est mieux passé nous avons plus de monde et surtout un public plus diversifié, des jeunes des adolescents et des adultes.

Concernant la répartition des tâches, Ismet s'occupait surtout de la partie encadrement du jeu et explication de comment construire un labyrinthe et moi je m'occupais ensuite de la partie résolution. J'expliquais aux personnes comment sortir d'un labyrinthe, quelles sont les différentes méthodes et selon l'âge ou niveau d'études j'adaptais mon explication et les différentes notions abordés. Le schéma type de l'animation était celui ci mais ils nous arrivait parfois d'échanger nos rôles quand les circonstances l'imposaient.

## C) Bilan de l'animation.

Ce que j'ai conclu de cette animation c'est qu'il fallait tout revoir du tout au tout. Notre jeu ne pouvait pas demeurer ainsi, Ismet perdait beaucoup de temps à expliquer comment fonctionne le jeu, à quoi correspond ce qui est affiché à l'écran, comment jouer, le jeu n'était pas du tout facile à prendre en main et cela ne rendait pas du tout agréable la partie jeu qui était le cœur de notre animation. Il nous fallait donc nous recentrer sur nos objectifs de début de semestre avec le véritable jeu promis au début, c'est à dire :

- Niveau création de labyrinthe. Un véritable générateur aléatoire de labyrinthe avec une seule matrice et la fusion des cases afin de créer un chemin cohérent entre l'entrée et la sortie du labyrinthe.
- L'aspect visuel. Un jeu avec une vision à la première personne et un vrai visualiseur qui affiche la position du joueur en temps réel dans le labyrinthe.
- Un rétroprojecteur afin de projeter la vue à la première personne sur un mur et avec le visualiseur sur l'écran pour vraiment bien dissocier les deux.

Avec un jeu comme ça nous pouvions attirer l'oeil, gagner en crédibilité, rendre plus agréable la partie jeu de notre animation et Ismet pouvait mieux concentrer son discours sur la construction d'un labyrinthe plutôt qu'expliquer à chaque fois comment le jeu fonctionne.

## II/ Le congrès Maths en Jean à Lyon.

### A) L'animation à Lyon.

Pour cette animation sur Lyon c'était quelque peu différent de la première. Nous devons faire plusieurs animations différentes. Nous devons animer sur un stand lors d'un congrès, puis faire une conférence en amphithéâtre et enfin animer dans une salle seul avec des classes d'élèves qui venait nous voir.

Pour cette animation nous étions beaucoup plus confiant, nous avons mis de côté nos autres obligations scolaires afin de se concentrer sur le projet Maths en Jean et ça a été payant. La veille du départ du congrès nous avons un jeu remplissant tous nos objectifs du début de semestre avec un petit bonus 3D, un PowerPoint pour la conférence et des nouveaux posters. Pour ma part mes connaissances en résolution de labyrinthe était plus solides, notamment sur les démonstrations mathématiques de certaines méthodes qui font appel aux graphes, arbres et algorithmes.

### B) Déroulement de l'animation.

#### L'animation au stand :

Arrivé au congrès nous avons tout ce qu'il fallait, un stand, des tables et un rétroprojecteur. Nous avons installé l'ordinateur et projeté comme prévu la vision 3D à la première personne sur un mur avec un visualiseur sur l'ordinateur. Rafik avait construit une maquette et des labyrinthes sous forme papier, ce qui nous a permis d'avoir un second petit atelier labyrinthe sur notre stand. L'animation s'est plutôt bien déroulé pour plusieurs raisons. Grâce à notre partie jeu qui était beaucoup plus attrayante, interactive et agréable ; nos posters qui attirait plus qu'auparavant et surtout les gens présents au congrès était plus curieux que le public de Plan de Campagne, ce qui est normal. Dans l'ensemble je suis plutôt satisfait de notre animation au congrès, ce fut une journée agréable et je trouve que le niveau de notre animation était bien supérieur à celui de la première.

## **La conférence :**

La conférence consistait à présenter notre projet en 15 minutes en amphithéâtre devant beaucoup de personnes. Il y avait des élèves, nos professeurs, des étudiants et d'autres professeurs et chercheurs. J'avais beaucoup d'appréhension pour plusieurs raisons. La première était que pour moi ce genre de conférence était une première, le fait que ça soit devant autant de personnes et des personnes qualifiées et surtout que nous n'avions pas préparé cette conférence. Nous avons passé tellement de temps sur le code que la seule préparation de cette conférence était le PowerPoint. Notre conférence s'est déroulée en 3 parties : présentation de ce qu'est un labyrinthe par Rafik, comment construire un labyrinthe par Ismet et la partie résolution et sortir d'un labyrinthe par moi-même. Au début de la conférence j'étais stressé un peu paniqué, surtout voyant qu'on perdait l'attention du public dès la première partie de notre exposé. Par la suite la pression est retombée et quand ce fut à mon tour de parler je n'avais plus aucune appréhension ni stress. Nous avons ensuite montré notre jeu suite à l'intervention de notre professeur qui nous a rappelé qu'il fallait absolument le montrer lors de la conférence. Puis nous avons répondu aux questions.

## **L'animation dans la salle :**

À la fin le professeur nous a installés dans une salle seule. Le but de cette animation était que nous ayons la salle entière pour nous installer et que des classes d'élèves passaient nous voir à tour de rôle. Nous pensions que cette animation était similaire à celle au stand, grave erreur. L'animation commençait plutôt bien les élèves arrivaient, ils étaient curieux intéressés ce qui a rendu l'animation facile et agréable. Cependant le temps passait et je remarquais que quelque chose n'allait pas, on était débordé il y avait la queue pour le jeu, les ateliers labyrinthes papier pareil et on avait du mal à gérer les élèves trop nombreux. Entre deux classes j'en ai discuté avec Ismet et c'est à ce moment là que nous avons eu l'idée de séparer notre animation en plusieurs petits ateliers afin de mieux gérer un public trop nombreux.

## **C) Bilan de l'animation.**

Concernant l'animation au stand le bilan était plutôt positif et concluant je suis satisfait de ma prestation et de celle de mes camarades. Nous avons eu du monde, un public très diversifié, des discussions intéressantes avec des enseignants en Mathématiques et Informatique et un bon contact avec les plus jeunes.

Pour l'animation dans la salle ce fut une expérience très enrichissante et j'en tire un bilan positif malgré que les débuts ont été laborieux. Cette animation nous a permis de mettre en place une autre manière d'animer lorsque l'on a à faire à un gros effectif assez jeune.

Pour la conférence je suis assez satisfait de la prestation de mon camarade Ismet mais beaucoup moins de la mienne. Sur le plan de mon PowerPoint je n'avais pas dissocié les différents points de vue de l'utilisateur lorsque j'ai expliqué comment résoudre et sortir d'un labyrinthe. Sous les conseils du professeur j'ai donc dissocié dans mes méthodes de résolutions selon le point de vue, les outils et les aptitudes de chaque joueur et mis à jour le PowerPoint en conséquence. Concernant ma petite partie bonus sur le GPS avec l'hypothèse que j'avais exposée, j'ai fait quelques recherches suite à la remarque concernant mon hypothèse qui a priori était fautive et infondée. Je reviendrai sur ce sujet un peu plus tard dans mon compte rendu.

Le bilan global de ce weekend à Lyon est pour moi très positif. Cet ultimatum nous a permis d'avancer grandement dans le développement de notre jeu, ma permis de corriger quelques erreurs de structure dans mon discours sur les résolutions. L'animation en salle nous a permis d'adopter une autre manière d'animer qui nous a beaucoup servi lors des animations en école sur Aix.

## D)L'hypothèse : GPS->labyrinthe->graphe->BellmanFord.

J'avais émis l'hypothèse que la carte GPS pouvait être considéré comme un labyrinthe géant de la manière suivante. L'entrée du labyrinthe serai le point de départ sur le GPS et la sortie l'arrivée. Les routes sur la carte serai les différents chemins du labyrinthe. Sachant que sur une carte pour parcourir les différents chemins on ne met pas le même laps de temps, c'est là que le graphe intervient.

La représentation du labyrinthe par un graphe consiste à prendre les intersections du labyrinthe et des les associés au nœud du graphe. Les chemins du labyrinthe eux sont associés aux arrêtes de ce même graphe. Sachant que l'on peut pondérer les différentes arrêtes du graphe il est facile d'attribuer une valeur(comme par exemple temps de parcours ou distance) à cette arrête qui sera dans le labyrinthe un chemin.

On combine le fait que l'on peut associé une carte de GPS à un labyrinthe, puis un labyrinthe à un graphe que l'on peut résoudre. En résolvant le graphe on résous le labyrinthe et en résolvant le labyrinthe on trouve le chemin sur le GPS entre l'arrivée et la sortie. Nous avons parlé d'arrête pondéré un précédemment sur les graphes. Cette pondération va nous permettre d'introduire la notion distance, temps dans le graphe afin de se rapprocher le plus possible de la vrai fonctionnalité du GPS. En effet le GPS ne se contente pas de nous indiqué le chemin entre un point A et un point B mais il nous indique surtout le chemin le plus court et/ou le plus rapide entre ces deux points.

### L'hypothèse établie :

Nous avons donc bien établis que trouver le chemin le plus court entre un point A et un point B sur un GPS reviendrait à résoudre le graphe associé au labyrinthe, c'est à dire trouver le chemin le plus court entre deux nœud établis. Et l'algorithme qui permet de trouver le chemin le plus court d'un nœud du graphe à un autre est l'algorithme de BellmanFord. L'hypothèse que j'ai établis à ce sujet avait été réfuté par un professeur travaillant sur les algorithme de GPS. Ayant pris en compte cette remarque et en tenant compte que cette hypothèse n'est du ni à des recherches mais par une déduction logique personnel j'ai fais quelques recherches.

Voici un article du Docteur Goulu expliquant comment le GPS marche. C'est un article assez long, j'ai enlevé certains passages inutile mais je vous invite à le lire attentivement car ce qu'il dit et très intéressant concernant mon hypothèse.(Les passages importants sont mis en bleu et en gras). L'article original sera mis en annexe.

### **(DEBUT DE L'EXTRAIT)**

Dans cet article, j'explique comment votre GPS peut déterminer la latitude et la longitude où vous vous trouvez à partir de satellites.

**Ce qui fait l'intérêt du GPS de nos jours c'est qu'il vous dit que vous êtes sur la Route du Mandement en direction de Satigny, et qu'il faut tourner à droite 300m après le giratoire pour aller en direction de Bourdigny. Comment est-ce possible ?**

En plus du récepteur sophistiqué décrit dans [l'article précédent](#), un GPS contient une grosse mémoire pour stocker une carte géographique et un microprocesseur relativement puissant pour calculer votre itinéraire par une méthode qui fait l'objet de cet

article.

**La carte routière stockée dans votre GPS est bien plus qu'une digitalisation d'une carte routière en papier : elle contient le "graphe" formé par le réseau routier, à savoir tous les carrefours (ou points, ou noeuds) reliés par un réseau de chemins (ou arcs, ou arêtes).**

**Pour aller d'un point à un autre, le microprocesseur de votre GPS va déterminer le trajet le plus court entre deux lieux en parcourant ce graphe.** Si vous utilisez un logiciel de cartographie comme [Google Maps](#), vous vous êtes peut-être dit que Google a assez de gros ordinateurs pour le faire rapidement, et garde peut-être même en mémoire les requêtes les plus fréquentes (Paris - le Grau du Roi...) pour les resservir plus vite. Mais si vous avez un petit GPS dans votre voiture ou dans la main, vous avez certainement remarqué qu'il lui fait plusieurs secondes avant de pouvoir commencer à vous indiquer la direction à prendre. En réalité, c'est plutôt le fait qu'il n'ait pas besoin de minutes, voire d'heures de calcul qui tient de l'exploit, tant il existe de routes possibles.

**Tout d'abord, remarquons que la position géographique des noeuds n'est pas indispensable pour résoudre le problème; seules les informations sur la "longueur" des routes importe réellement si on cherche à minimiser le trajet. Ceci permet d'ailleurs de choisir ce que l'on veut minimiser :**

- la distance parcourue. Dans ce cas seule la longueur de chaque route est utile
- le temps nécessaire. Si chaque route est caractérisée par une vitesse moyenne ou un temps de parcours habituel, le chemin optimal favorisera une autoroute de contournement qu'une traversée urbaine
- la consommation, le cout financier ... En fait, on peut attribuer à chaque route un "cout" selon un critère quelconque, voir même deux couts correspondant aux deux sens de parcours, ce qui permet de tenir compte des sens interdits par exemple.
- si une route n'existe pas, on peut même en inventer une de coût élevé pour faire de [l'humour](#).

Cette hypothèse appelée semble évidente, mais elle peut être invalide avec d'autres moyens de transport:

- Marc, un ami (ingénieur) qui prit un vol Copenhague-Reykjavik pour visiter l'Islande eut la surprise de s'apercevoir qu'il payait son billet plus cher que les nombreux autres passagers de l'avion qui volaient de Copenhague à New-York. Ce viol du principe d'optimalité rend plus compliqué la recherche du vol le moins cher.
- Les transports publics partant à des heures déterminées par un horaire violent également le principe d'optimalité : il vaut parfois mieux choisir des trains avec de bonnes correspondances plutôt qu'un TGV qui nous obligera à perdre 1h dans une gare en attendant le train suivant.

Dans ces cas là, il faut tenter de modifier le problème pour le faire obéir au principe d'optimalité, soit se résigner à de très, très, très longs calculs.

– **Ensuite, les trajets en voiture satisfont une hypothèse importante appelée "principe d'optimalité de Bellman" qui simplifie beaucoup la résolution du problème : si le trajet optimal de A à C passe par B, alors les trajets AB et BC sont aussi optimaux, et le cout pour aller de A à C est égal à la somme des couts AB+BC.**

**Mais si le "principe d'optimalité de Bellman" est satisfait, et c'est le cas en voiture, alors on peut utiliser des algorithmes très efficaces :**

**Le célèbre algorithme de Dijkstra publié en 1959 permet de trouver le chemin joignant deux noeuds d'un graphe en minimisant la somme des "couts" et donc de trouver le "plus court chemin". Son temps de calcul est proportionnel à  $(m+n) \cdot \log(n)$ , où  $n$  est le nombre de noeuds et  $m$  le nombre de routes, ce qui rend possible son application sur des graphes comportant des millions de noeuds et routes.**

En prenant en compte la position des villes, on peut utiliser des algorithmes heuristiques comme "A\*" qui fournissent plus rapidement un chemin très proche de l'optimum dans le cas d'une carte "normale", mais peuvent être plus lents que

Dijkstra dans des cas vicieux.

Une fois le trajet optimal déterminé, il suffit à votre GPS de vérifier que vous le suivez scrupuleusement à partir des mesures satellite, de vous diriger à gauche ou à droite, et si vous vous plantez ou si vous rencontrez un bouchon, de recalculer en vitesse un nouveau trajet optimal.

### **(FIN DE L'EXTRAIT)**

On peut noter que dans cet article où le **Docteur Goulu** explique comment marche le GPS, ce dernier a adopté le même squelette de raisonnement de départ que le mien... En effet il associe tout comme moi le graphe au GPS, bien évidemment sans parler du labyrinthe. Il cite aussi que l'algorithme de Bellman Ford qui est mon hypothèse est utilisable et envisageable.

Cependant il nuance bien que ce n'est pas la meilleure solution, qu'il existe d'autres algorithmes et d'autres méthodes de calculs beaucoup plus longues pour expliquer le vrai fonctionnement du GPS. En effet lorsqu'on tient compte de beaucoup d'autres paramètres que le temps et la distance de parcours il faut faire appel à d'autres méthodes bien plus complexes. Ma théorie concernant l'algorithme de Bellman Ford n'était finalement pas si fautive. A ma grande surprise, plutôt agréable, en poursuivant mes recherches j'ai pu remarquer que bon nombre de chercheurs étaient passés par cette hypothèse de départ.

## **III/L'animation à l'école primaire sur Aix.**

### **A)L'animation**

Pour cette animation nous devions animer dans une classe pour des élèves de niveau CE2 à CM2. C'était pour nous une occasion de mettre en pratique les nouvelles idées issues de notre animation dans la salle à Lyon. Cette méthode d'animation consiste à dissocier notre animation en plusieurs ateliers indépendants.

### **B) Déroulement de l'animation.**

Lors des animations en classe au départ nous opérons de la manière suivante :

- Présentation générale du sujet. Questionnement aux élèves sur ce qu'est un labyrinthe. Explication de ce qu'est un labyrinthe, comment le construire et participation des élèves à la construction du labyrinthe sur le tableau.

- Présentation du jeu.
- Explication des différentes manières de résolution. Main collé au mur et le petit poucet. Explication de la notion d'algorithme et l'apport des maths pour les plus grands.
- Séparation des élèves sur les différents ateliers(résolution, labyrinthe sur papier en vision globale et jeu).

**Au fil de l'animation nous nous sommes rendu compte que le fait de présenter le jeu au départ était une mauvaise idée car cela déconcentrait les enfants et ils n'étaient plus à l'écoute pour le reste étant donné leur attention captivé par le jeu. Nous avons donc décidé de modifier cela et de présenter le jeu qu'à la fin des explications. Les animations se sont ensuite déroulé sans aucun inconvénients.**

### **C) Bilan de l'animation.**

Le bilan que je tire de ces animations et qu'il faut beaucoup de patience pour être professeur et des écoles et une pédagogie certaine. Nous avons eu seulement des moitiés de classe et il m'arrivait parfois d'avoir du mal à gérer le comportement et les débordements de certains. Ce fut pour moi une bonne expérience car ça ma permis de voir de plus près le métier d'enseignant et d'être pour une fois du côté du professeur. J'ai beaucoup aimé cette animation car j'aime le contact avec les enfants, apprendre aux autres et l'échange avec les professeurs fut fort sympathique.

## **ANNEXES**

# **Le GPS pour les nuls : Cartes et Routage**

Publié le [28 septembre 2008](#) par [Dr. Goulu](#)

Dans l'[article précédent](#), j'explique comment votre GPS peut déterminer la latitude et la longitude où vous vous trouvez à partir de satellites. C'est génial, mais c'est peu utile si vous n'êtes pas un marin.

Ce qui fait l'intérêt du GPS de nos jours c'est qu'il vous dit que vous êtes sur la

Route du Mandement en direction de Satigny, et qu'il faut tourner à droite 300m après le giratoire pour aller en direction de Bourdigny. Comment est-ce possible ?

En plus du récepteur sophistiqué décrit dans [l'article précédent](#), un GPS contient une grosse mémoire pour stocker une carte géographique et un microprocesseur relativement puissant pour calculer votre itinéraire par une méthode qui fait l'objet de cet article.

La carte routière stockée dans votre GPS est bien plus qu'une digitalisation d'une carte routière en papier : elle contient le "[graphe](#)" formé par le réseau routier, à savoir tous les carrefours (ou points, ou noeuds) reliés par un réseau de chemins (ou arcs, ou arêtes).

Pour aller d'un point à un autre, le microprocesseur de votre GPS va déterminer le trajet le plus court entre deux lieux en parcourant ce graphe. Si vous utilisez un logiciel de cartographie comme [Google Maps](#), vous vous êtes peut-être dit que Google a assez de gros ordinateurs pour le faire rapidement, et garde peut-être même en mémoire les requêtes les plus fréquentes (Paris - le Grau du Roi...) pour les resservir plus vite. Mais si vous avez un petit GPS dans votre voiture ou dans la main, vous avez certainement remarqué qu'il lui fait plusieurs secondes avant de pouvoir commencer à vous indiquer la direction à prendre. En réalité, c'est plutôt le fait qu'il n'ait pas besoin de minutes, voire d'heures de calcul qui tient de l'exploit, tant il existe de routes possibles.

Tout d'abord, remarquons que la position géographique des noeuds n'est pas indispensable pour résoudre le problème; seules les informations sur la "longueur" des routes importe réellement si on cherche à minimiser le trajet. Ceci permet d'ailleurs de choisir ce que l'on veut minimiser :

la distance parcourue. Dans ce cas seule la longueur de chaque route est utile

le temps nécessaire. Si chaque route est caractérisée par une vitesse moyenne ou un temps de parcours habituel, le chemin optimal favorisera une autoroute de contournement qu'une traversée urbaine

la consommation, le cout financier ... En fait, on peut attribuer à chaque route un "cout" selon un critère quelconque, voir même deux couts correspondant aux deux sens de parcours, ce qui permet de tenir compte des sens interdits par exemple.

si une route n'existe pas, on peut même en inventer une de coût élevé pour faire de [l'humour](#).

Ensuite, les trajets en voiture satisfont une hypothèse importante appelée "principe d'optimalité de Bellman" qui simplifie beaucoup la résolution du problème : si le trajet optimal de A à C passe par B, alors les trajets AB et BC sont aussi optimaux, et le cout pour aller de A à C est égal à la somme des couts  $AB+BC$ .

Cette hypothèse appelée semble évidente, mais elle peut être invalide avec d'autres moyens de transport:

Marc, un ami (ingénieur) qui prit un vol Copenhague-Reykjavik pour visiter l'Islande eut la surprise de s'apercevoir qu'il payait son billet plus cher que les nombreux autres passagers de l'avion qui volaient de Copenhague à New-York. Ce viol du principe d'optimalité rend plus compliqué la recherche du vol le moins cher.

Les transports publics partant à des heures déterminées par un horaire violent également le principe d'optimalité : il vaut parfois mieux choisir des trains avec de bonnes correspondances plutôt qu'un TGV qui nous obligera à perdre 1h dans une gare en attendant le train suivant.

Dans ces cas là, il faut tenter de modifier le problème pour le faire obéir au principe d'optimalité, soit se résigner à de très, très, très longs calculs.

Mais si le "principe d'optimalité de Bellman" est satisfait, et c'est le cas en voiture, alors on peut utiliser des algorithmes très efficaces :

Le célèbre [algorithme de Dijkstra](#) publié en 1959 permet de trouver le chemin joignant deux noeuds d'un graphe en minimisant la somme des "couts" et donc de trouver le "[plus court chemin](#)". Son temps de calcul est proportionnel à  $(m+n) \cdot \log(n)$ , où  $n$  est le nombre de noeuds et  $m$  le nombre de routes, ce qui rend possible son application sur des graphes comportant des millions de noeuds et routes.

En prenant en compte la position des villes, on peut utiliser des algorithmes heuristiques comme "[A\\*](#) ([A-star](#)) qui fournissent plus rapidement un chemin très proche de l'optimum dans le cas d'une carte "normale", mais peuvent être plus lents que Dijkstra dans des cas vicieux.

Une fois le trajet optimal déterminé, il suffit à votre GPS de vérifier que vous le suivez scrupuleusement à partir des mesures satellite, de vous diriger à gauche ou à droite, et si vous vous plantez ou si vous rencontrez un bouchon, de recalculer en vitesse un nouveau trajet optimal.

L'étape suivante sera de remettre à jour les cartes embarquées dans les GPS par des signaux radio, genre Wifi ou téléphone 3G. En cas de bouchon ou de travaux, il suffit de modifier automatiquement le cout du trajet correspondant et hop, les voitures équipées conseilleront un nouveau trajet optimal à leur conducteur. Ça s'appelle le progrès et c'est pour bientôt.

## **Références:**

Moshe Sniedovich , "[Dijkstra's Algorithm revisited : the OR/MS Connexion](#)",  
Department of Mathematics and Statistics, The University of Melbourne,  
Parkville, VIC 3052, Australia

# Le GPS pour les nuls : Satellites et Signaux

Publié le [27 septembre 2008](#) par [Dr. Goulu](#)

Les GPS sont ces appareils "magiques" apparus il y a 15 ans sur les bateaux, puis sur les avions, les voitures de luxe, les taxis et les camions il y a 5 ou 6 ans, et qui se répandent maintenant dans les voitures et les téléphones voire les appareils photos.

Bref, ça n'épate plus personne de savoir où on est à quelque mètres près dans une ville inconnue et d'être dirigé vers son hôtel de façon fiable par une douce voix féminine qui reste parfaitement calme même si on ne suit pas le chemin tracé. Mais si on sait comment ça marche, le GPS apparaît comme l'une des 7 merveilles du monde technologique\*

Ce premier article présente la partie "Satellites et Signaux" de cette extraordinaire réalisation .

Le principe est tout simple : 24 satellites tournent autour de la Terre sur des orbites précises, en faisant "bip-bip". En tout point de la planète, on peut recevoir les signaux de 6 à 10 satellites.

On pourrait se dire que 3 satellites suffisent:

si on sait quels satellites ont émis les bips reçus, on peut savoir où ils se trouvent sur leur orbite

et si on sait combien de temps le "bip" a mis pour aller du satellite à l'endroit où on se trouve à la vitesse de la lumière

alors on sait qu'on se trouve à l'intersection de 3 sphères centrées sur les satellites, et dont les rayons correspondent à la distance parcourue par chaque "bip", et il n'y a que 2 tels points, dont l'un n'est probablement pas à la surface de la Terre, donc nous nous trouvons à l'autre.

La principale difficulté est de mesurer avec une grande précision le temps mis par les bips pour parcourir la distance entre le satellite et le récepteur.

Certaines pages du web prétendent que les signaux émis par les 3 satellites contiennent l'heure exacte de l'émission. C'est faux et ça serait inutile, car il faudrait aussi une horloge ultra précise au récepteur. Les satellites sont effectivement équipés d'horloges atomiques ultra précises, mais il serait beaucoup trop cher d'en mettre dans chaque récepteur.

Le truc, c'est de tenir compte d'un quatrième satellite et de calculer l'intersection de 4 sphères au lieu de 3, mais dans [l'espace à 4 dimensions](#), en tenant compte du temps : il n'existe qu'un seul endroit à un seul moment extrêmement précis où les décalages entre les bips des 4 satellites donnés peuvent correspondre aux mesures. Le GPS fournit donc non seulement la position géographique, mais aussi

l'heure exacte en prime.

Reste encore quelques petits détails techniques à résoudre.

D'abord, les bips-bips doivent être reconnaissables, pour qu'on sache quel satellite l'a émis. On pourrait les émettre sur 24 fréquences différentes, mais ça ferait des récepteurs compliqués. Donc ils sont tous émis sur la même fréquence, mais alors ils doivent être clairement distincts : des bip-bips, des bop-bops, des bap-baps etc.

Ensuite, le satellite émet avec une puissance de 25W qui arrose presque la moitié de la surface de la Terre. Sur Terre, un récepteur reçoit 0.000178 pW . [pW] c'est "picoWatt", un millième de milliardième de Watt, la puissance d'un muscle de puceron. Cette puissance reçue est 45 fois inférieure (16 décibels) à la puissance du bruit thermique dans la gamme de fréquence du GPS. Pour éviter d'avoir à détecter des "bip-bips" minuscules noyés dans un CHCHCHCHCHCHCHCH continu, il y avait une solution : mettre sur chaque GPS une douzaine d'antennes paraboliques de 1m de diamètre, motorisées et tournant dans tous les sens pour suivre les satellites.

Les concepteurs du GPS ont trouvé une solution heureusement plus simple et carrément géniale. Ils se sont dit qu'en fait, la seule information qui devait réellement être transmise depuis les satellites, c'était une horloge. Un "tic-tac" plutôt qu'un "bip-bip". Et pour que le récepteur puisse distinguer les "tic-tacs" des différents satellites, chaque horloge est émise sous forme d'un "signal binaire pseudo-aléatoire" différent, une suite de 0 et de 1 comme celle-ci par exemple :

Le récepteur reçoit une dizaine de tels signaux superposés, décalés et noyés dans du bruit. Comment débrouiller tout ça ? "Facile" : en générant des signaux identiques dans le récepteur et en tentant de les "corrélés" avec celui qu'on reçoit de l'espace. La corrélation consiste à comparer les bits qu'on a

cru reconnaître dans le bruit avec ceux générés dans le récepteur, puis à décaler légèrement le signal généré et à recommencer. Si pour un certain décalage on trouve un nombre statistiquement significatif de bits correspondants, on sait:

que l'on reçoit effectivement le signal du satellite dont la séquence pseudo aléatoire correspond à celle recréée dans le récepteur que l'on a synchronisé l'horloge du récepteur avec celle du satellite.

Tout ceci prend un peu de temps, c'est pourquoi un GPS peut mettre plusieurs minutes à s'initialiser à la mise sous tension. Il peut aussi perdre un peu la boule quelques secondes lorsqu'un satellite disparaît à l'horizon, avant d'en retrouver un autre, c'est pourquoi la plupart des GPS modernes sont capables de suivre 5,6,7 satellites voire plus et de choisir ceux donnant le meilleur signal voire de les combiner pour améliorer la précision de la mesure.

Mais tant que le récepteur peut identifier 4 satellites et les décalages entre leurs signaux, il peut :

déterminer l'heure exacte

consulter la position des satellites sur leur orbite grâce à une table interne, calculer la position de l'observateur à la surface de la terre (latitude et longitude) et éventuellement son altitude, pour un avion ça peut servir.

Génial, non ?

## **Références:**

[Global Positioning System](#) sur la Wikipedia

le [GPS](#), une page très complète sur le sujet

le [GPS du Mathématicien](#), avec formules et code Matlab