

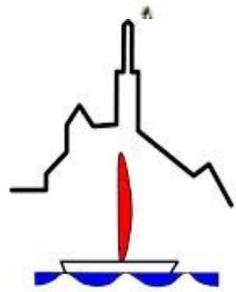
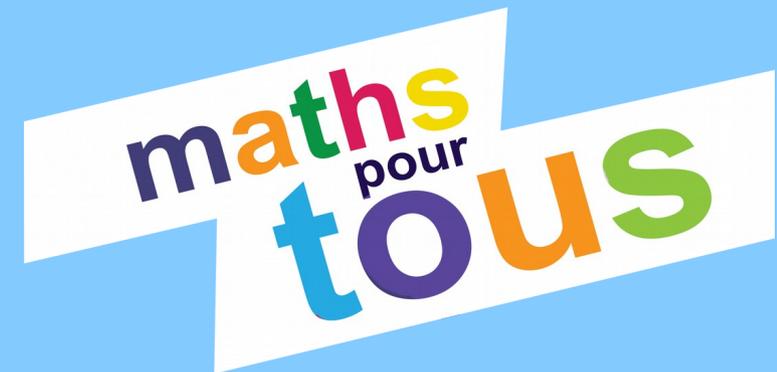
MATH.en.JEANS 2019-2020

Initiation à la recherche et à l'animation scientifique

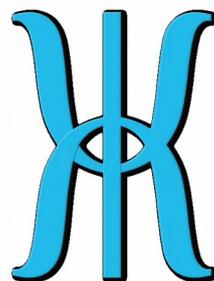
Liste des thèmes

Sous la direction de :

- Julien Cassaigne
- Laurent Beddou



irem
Aix-Marseille

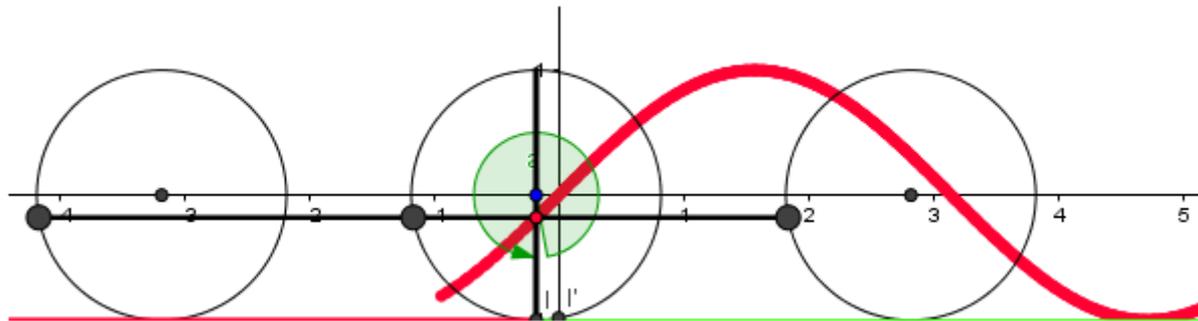
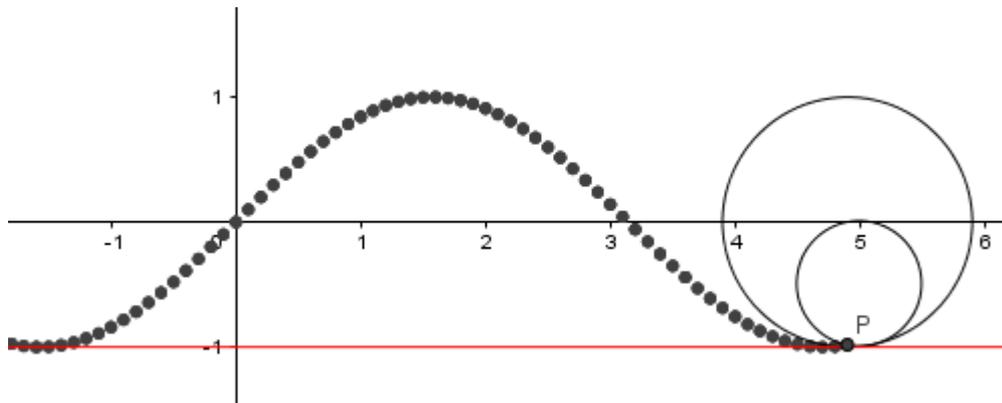


INSTITUT
de MATHÉMATIQUES
de MARSEILLE

Aix*Marseille
université

1- Les machines à sinus

Étudier les systèmes articulés permettant de reproduire la courbe de la fonction sinus.

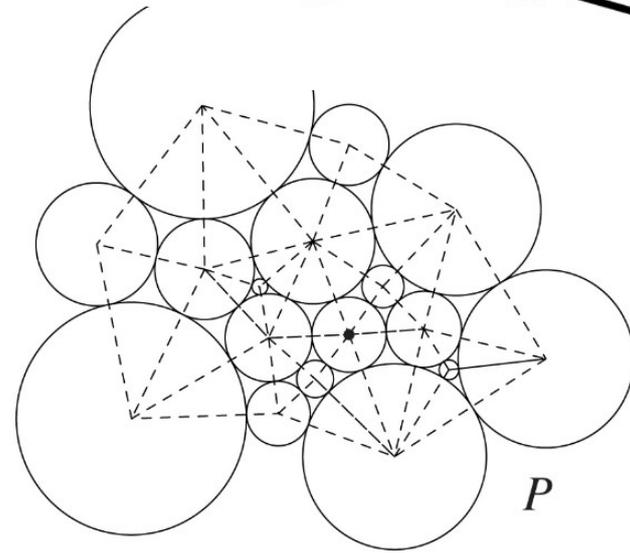
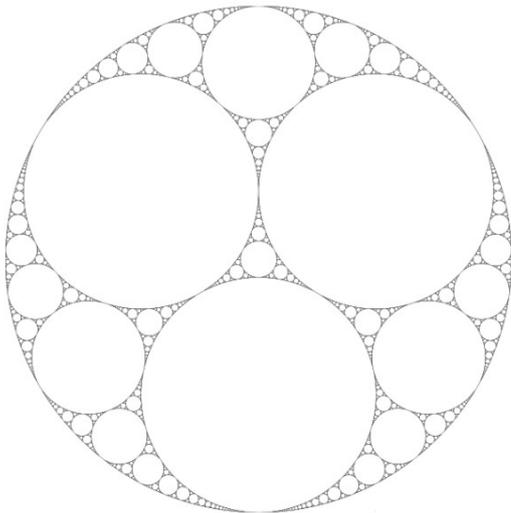
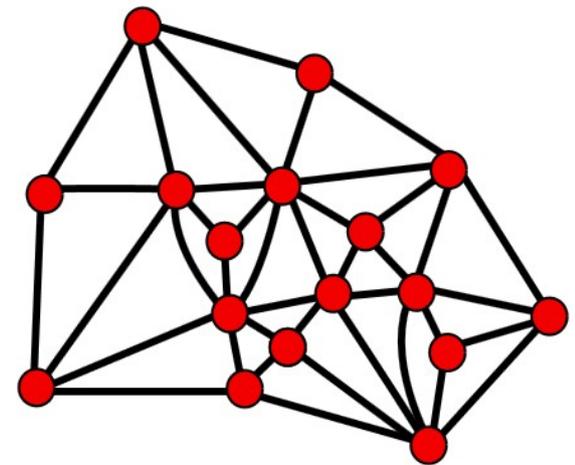


2- Empilement de disques

Étudier différents problèmes liés à l'empilement de disques.

Comment remplir une surface avec à chaque étape les plus grands disques possibles ?

A quelles conditions un graphe peut-il correspondre à un réseau de cercles tangents ?



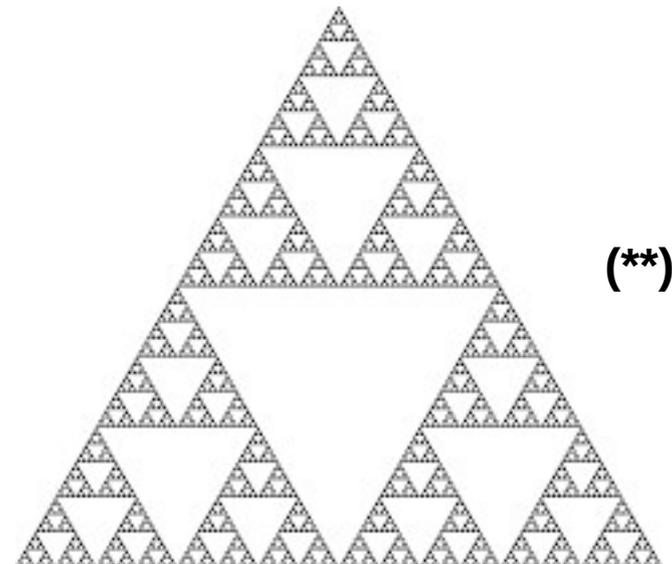
3- Le triangle de Pascal modulo 2

Les coefficients des termes du développement de $(a+b)^n$, dit *binôme de Newton*, peuvent être présentés sous la forme mnémotechnique d'un triangle de nombres (*) appelé *triangle de Pascal*.

En remplaçant les nombres pairs par 0 et impairs par 1 (on applique un modulo 2), on voit alors apparaître à grande échelle un motif fractal (**) !

Étudier cette propriété et les autres merveilles de cet objet.

0				1								
1				1	1							
2				1	2	1						
3				1	3	3	1					
4				1	4	6	4	1				
5				1	5	10	10	5	1			
6				1	6	15	20	15	6	1		
7				1	7	21	35	35	21	7	1	
8				1	8	28	56	70	56	28	8	1



4- Robotique : se décaler en milieu connu/inconnu

Comment programmer un robot afin qu'il se repère dans un enclos de forme connue ou inconnue, dans lequel il se déplace en aveugle ?

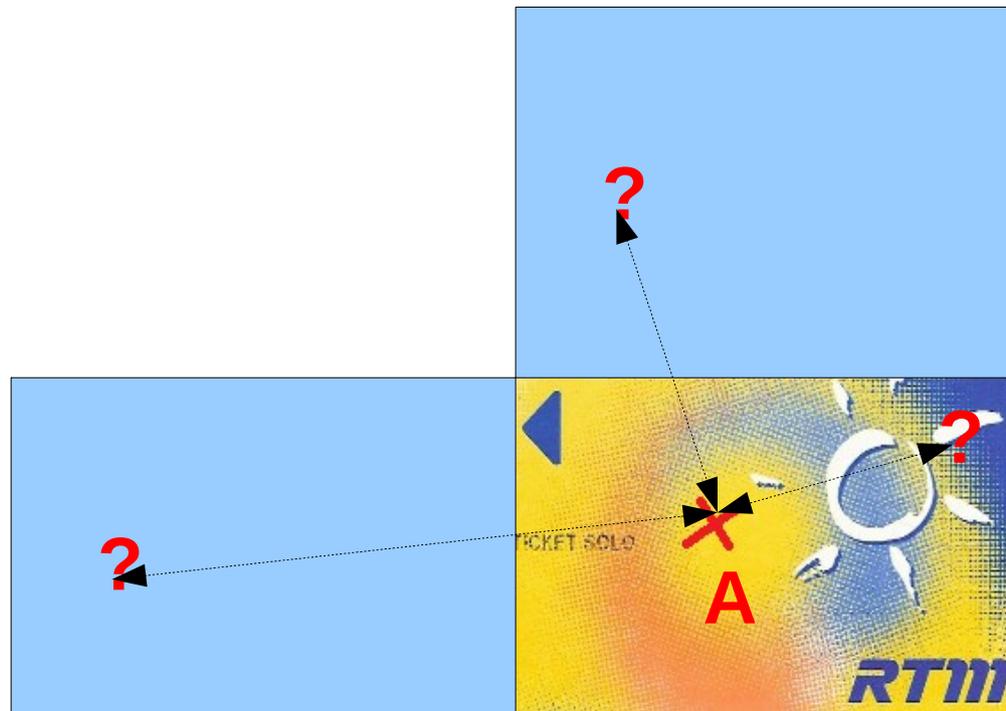
On pourra utiliser une sphère mobile (sphéro) programmable pour tester son travail.



5- Étranges géométries : les points antipodaux

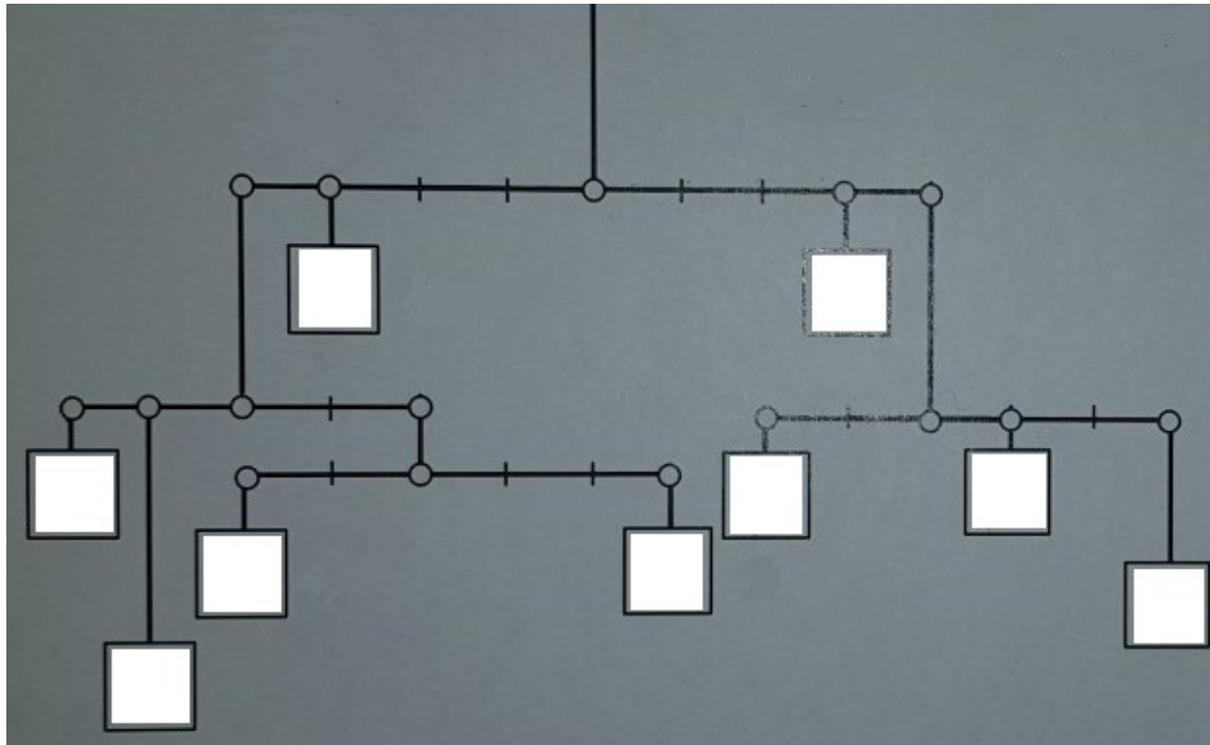
Comment placer deux points sur les deux côtés d'une surface de façon à ce qu'ils soient le plus éloignés possibles l'un de l'autre (aux antipodes) ?

Commencer par le triangle, puis les polygones et le disque.



6- Équilibre d'un mobile

Étudier les mobiles équilibrés parfaits (les masses des tiges sont négligées) à N masses entières (de 1 à N).

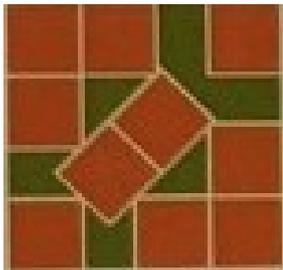


Exemple : mobile à équilibrer avec des masses entières de 1 à 9.

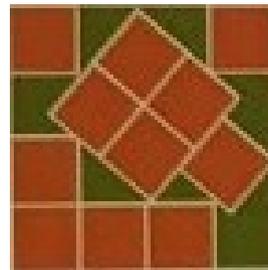
7- Ranger au mieux des carrés

Comment ranger N carrés unité dans un carré aussi petit que possible (de côté S) ?

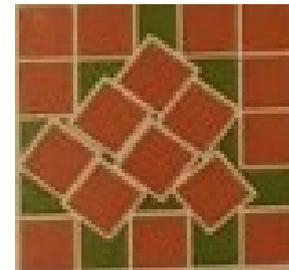
Cas général : comment ranger N formes géométrique identiques dans le plus petit espace possible d'un type donné (polygone régulier, cercle, ...) ?



$N=10$
 $S = 3,707$



$N=11$
 $S = 3,877$



$N=17$
 $S = 4,675$

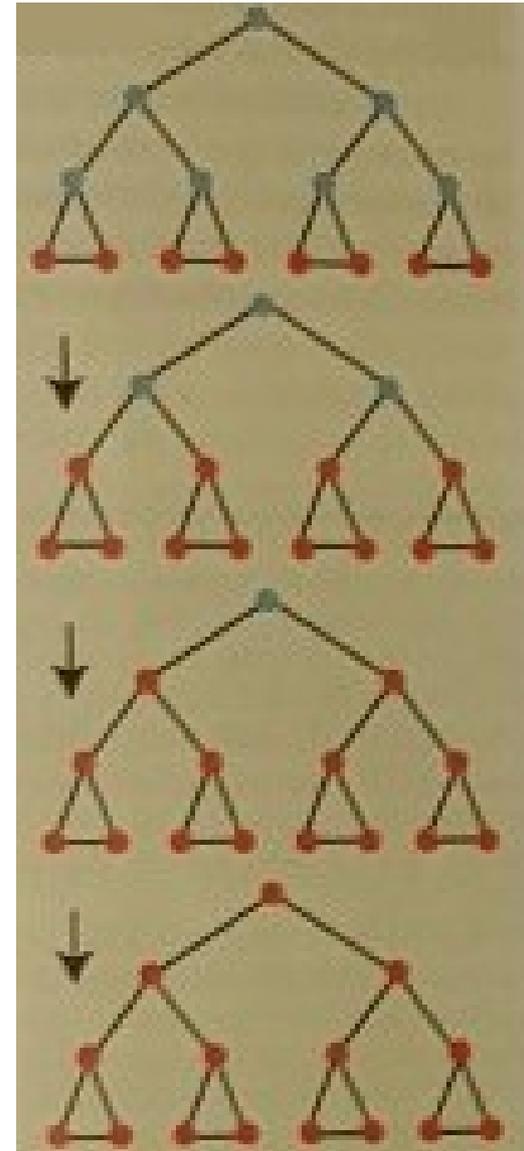
8- Réseau d'opinion : faut-il adopter l'avis de son voisin ? Dynamique des graphes bicolorés

On peut modéliser un réseau social d'individus par un graphe.

Si, sur une question donnée, il n'y a que deux réponses possibles, on peut alors colorer les sommets du graphe, qui devient bicolore.

L'évolution d'un réseau, quand l'avis de chaque individu évolue dans le temps en se conformant à celui de la majorité, a un comportement parfois surprenant !

Étudier la dynamique des graphes bicolorés.

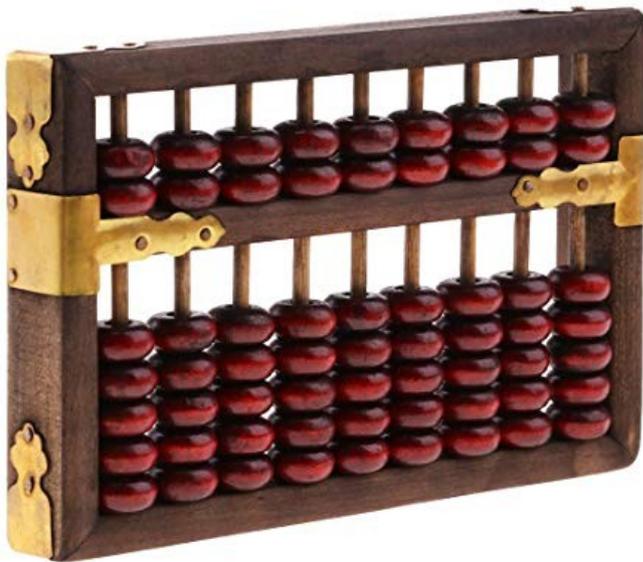


9- Calculer avec un boulier

Étudiez l'histoire du boulier, comment il permet de représenter les nombres, et apprenez les techniques de calculs des 4 opérations élémentaires.

Mais peut-on également l'utiliser pour extraire une racine carrée, calculer une puissance d'un nombre, un logarithme ?

Quelles autres opérations, et à quelles conditions ?

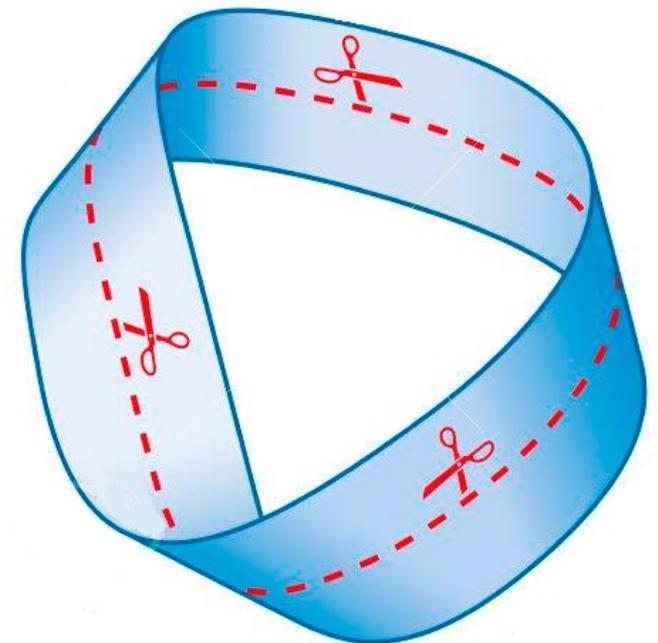
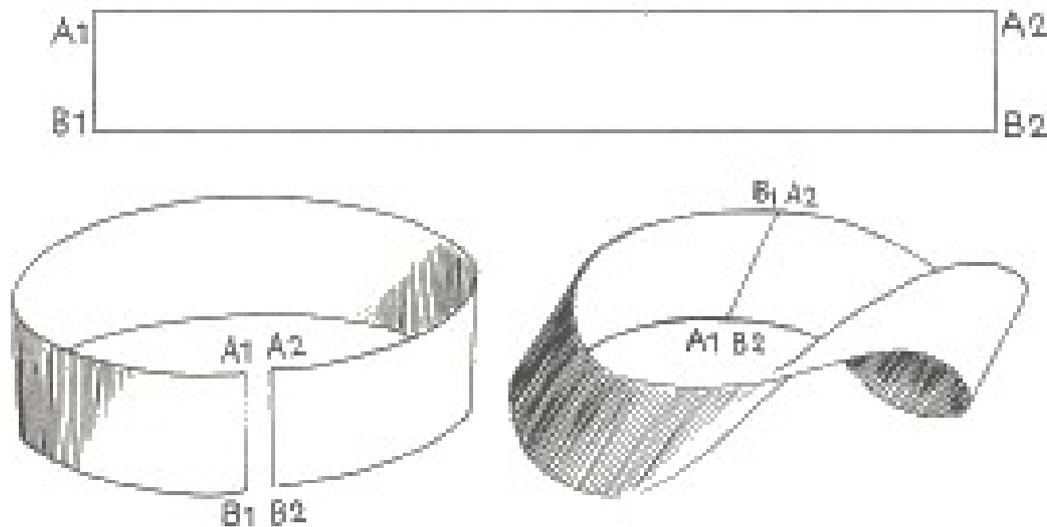


10- Découpages d'un ruban de Möbius

En collant les bords les plus éloignés d'une bande de papier assez longue, après avoir fait une torsion d'un demi-tour, on crée un ruban sans fin, n'ayant ni intérieur ni extérieur.

Mais que se passe-t-il si on découpe ce ruban en deux de tout son long ?

Et si on répète à nouveau cette opération ?

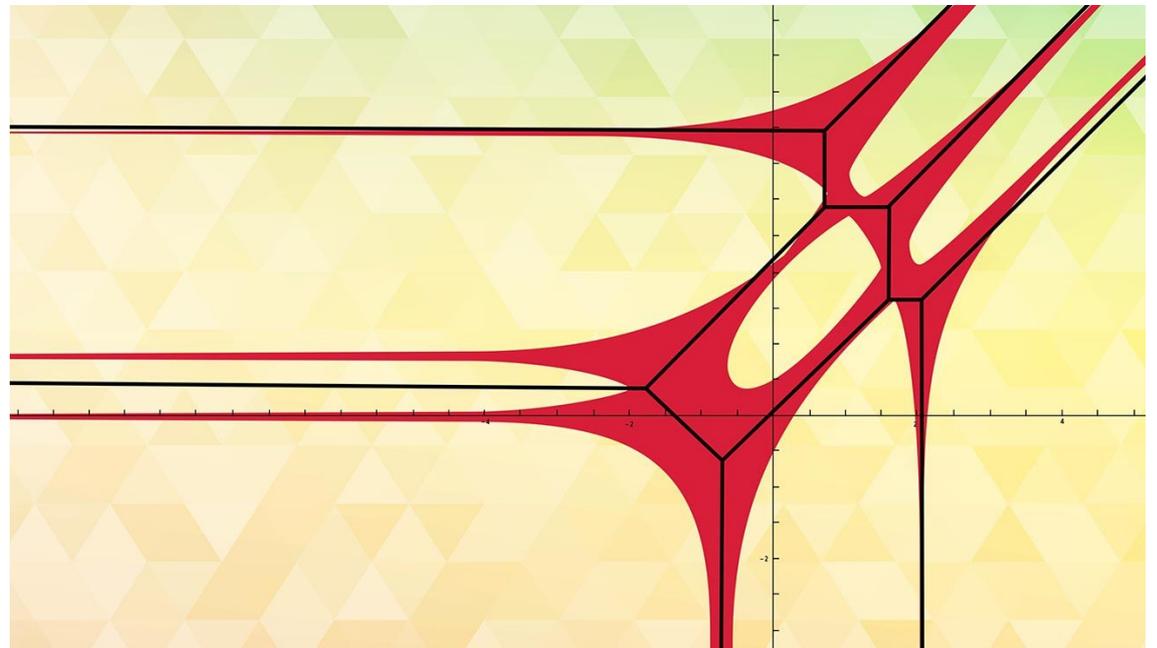


11- Algèbre et géométrie tropicale (max plus)

Et si l'on changeait la définition des règles du calcul de l'addition et de la multiplication des nombres, que se passerait-il ?

Une idée est de définir $a \oplus b = \max(a, b)$ et $a \otimes b = a + b$.

De façon surprenante, d'étonnantes propriétés apparaissent alors...
Étudiez-les !



12- Les classements sportifs (ELO, ATP, ...)

Les résultats et performances des équipes sportives et des joueurs professionnels (voire amateurs) de certains sports (tennis, football, échecs, etc.) permettent, par un calcul, d'établir un classement comparatif, censé mesurer leurs qualités et valeurs respectives à un instant donné.

On parle de classement ELO, ATP, FIFA, ...

Mais comment cela fonctionne-t-il ?



Tennis				
CLASSEMENT ATP RACE				
<i>Points pris depuis le 1er janvier 2013</i>				
Classement	Joueurs	Pays	Points	Titres
1	RAFAEL NADAL	Espagne	5000	6
2	Novak Djokovic	Serbie	4310	3
3	Andy Murray	Gr.-Bretagne	2910	2
4	David Ferrer	Espagne	2880	2
5	Tomas Berdych	Rép. tchèque	2405	0
6	Roger Federer	Suisse	1860	0
7	Stanislas Wawrinka	Suisse	1670	1
8	Juan Martin Del Potro	Argentine	1605	1
9	Jo-Wilfried Tsonga	France	1600	1
10	Richard Gasquet	France	1495	2



13- Le culbuto

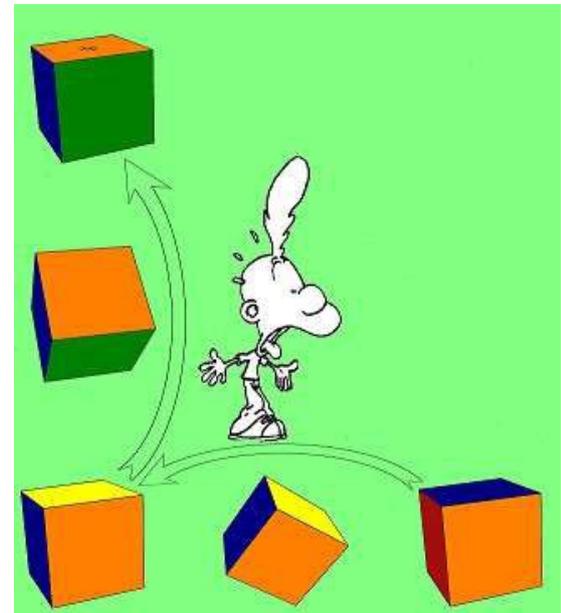
Un cube roule (culbute par une arête) sur un damier dont les cases ont la taille d'une face du cube.

Peut-on, par une suite de basculements (culbutes), faire passer un cube (le « culbuto ») d'une position initiale fixée à une position finale donnée ?

Quel est le nombre de mouvements nécessaires, au minimum ?

Et si l'on fixe une face ou l'orientation du cube ?

(En mémoire de P. Duchet)



14- Les jeux de Nim à plusieurs tas

Étudier les stratégies gagnantes du jeu suivant :

On se donne plusieurs tas d'objets (allumettes, billes, jetons, ...).
Chaque joueur retire le nombre d'allumettes qu'il veut dans le tas de son choix.

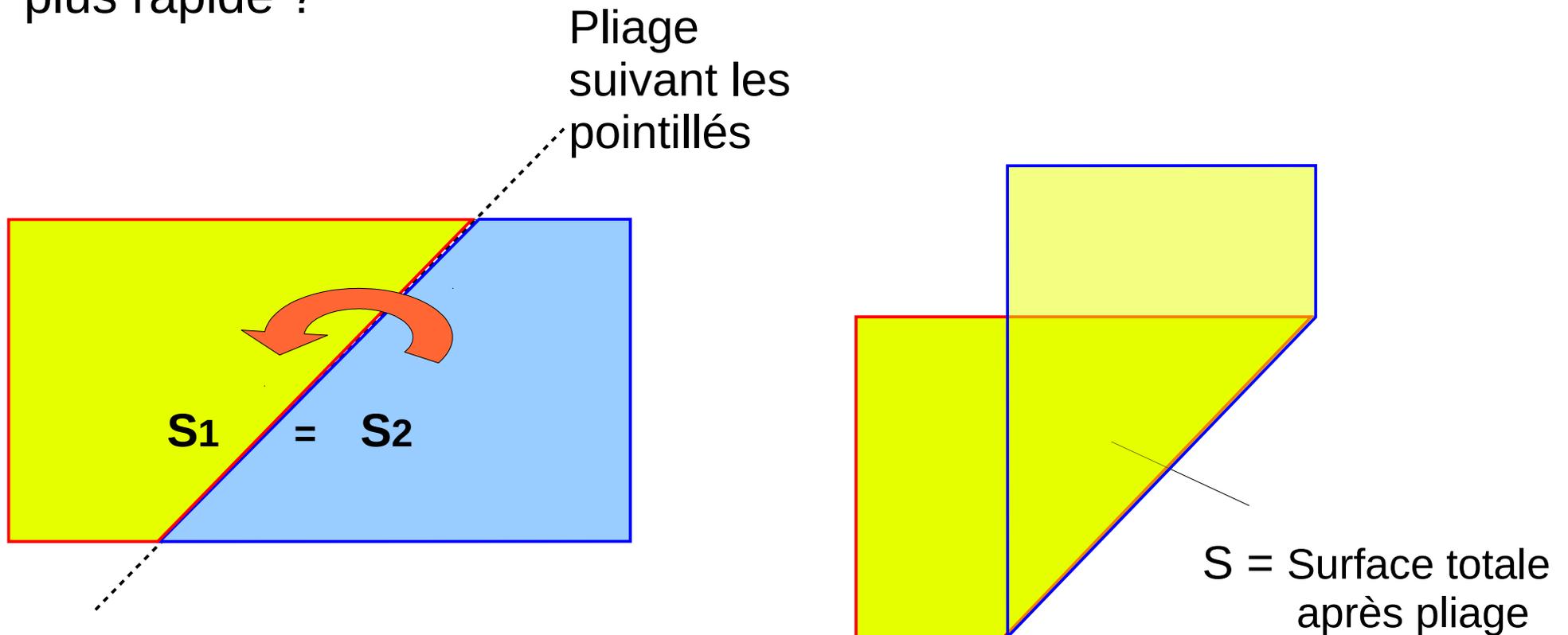
Celui qui ne peut plus jouer a perdu – autrement dit celui qui retire la dernière allumette a gagné.



15- Le problème du drap

Pliage équilibré à recouvrement maximum

Comment placer de façon équilibrée un drap rectangulaire sur un fil d'étendage (même surface de chaque côté) pour avoir la plus grande surface de séchage possible et donc le temps de séchage le plus rapide ?



16- Comment classer les nœuds ?

Comment définir mathématiquement un nœud ?

Peut-on les caractériser assez précisément pour les comparer, les classer, les dénombrer ?

