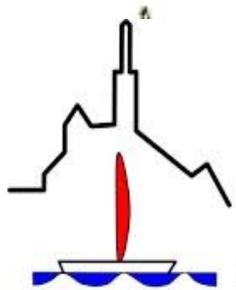
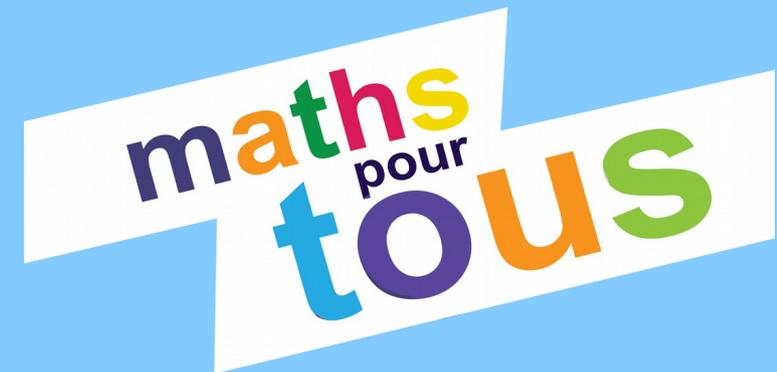


MATH.en.JEANS 2020-2021

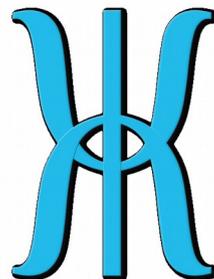
Initiation à la recherche et à l'animation scientifique

Thèmes proposés

Enseignant :
Julien Cassaigne
julien.cassaigne@univ-amu.fr



irem
Aix-Marseille



INSTITUT
de MATHÉMATIQUES
de MARSEILLE

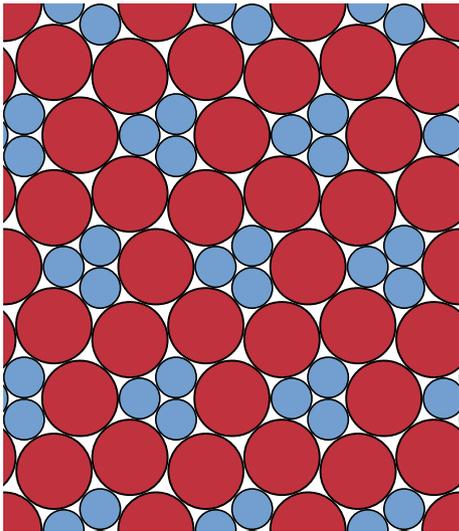
Aix*Marseille
université

1- Empilement de disques

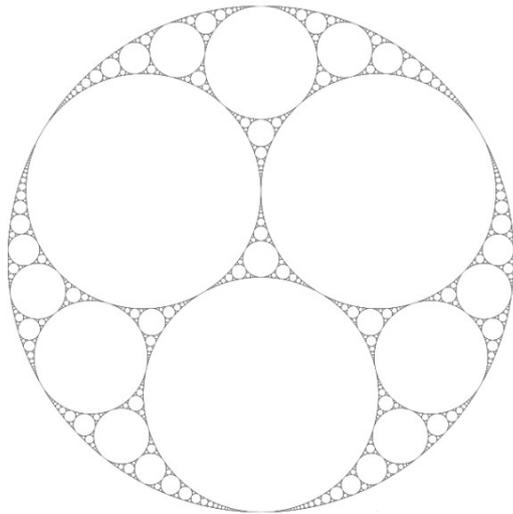
Étudier différents problèmes liés à l'empilement de disques.
Quelle est la densité maximale d'un empilement de disques identiques, ou de deux types différents ?

Comment remplir une région avec à chaque étape les plus grands disques possibles ?

A quelles conditions un graphe peut-il correspondre à un réseau de cercles tangents ?



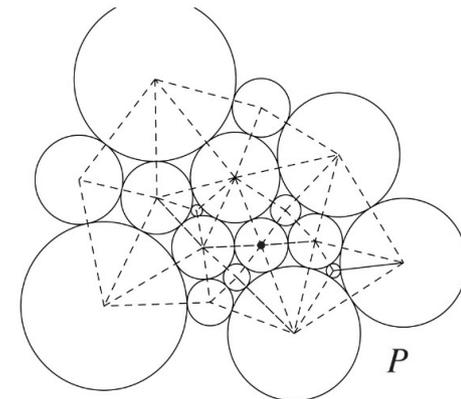
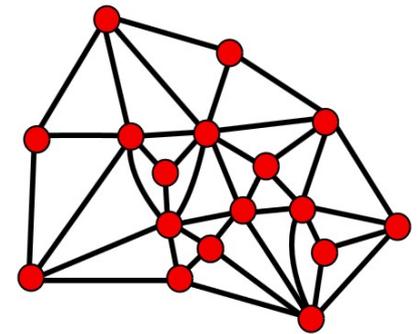
Toby Hudson, d'après Tom Kennedy
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2-d_dense_packing_r2.svg



Guillaume Jacquenot : baderne d'Apollonius
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Apollonian_2D_N3_L7.svg

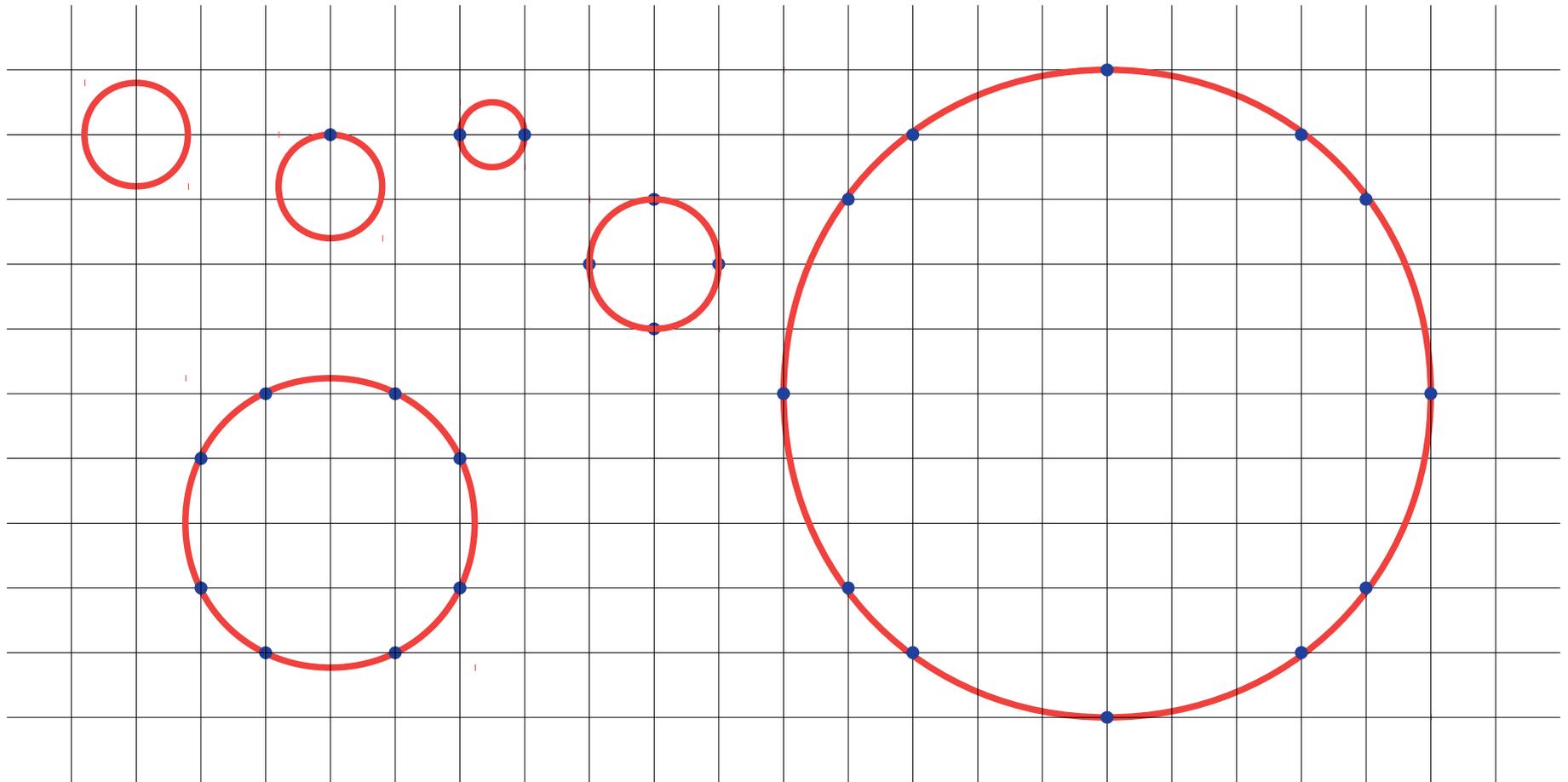


Ben Heine : Digital circlism - Marilyn Monroe
<https://benheine.com/fr/art/digital-circlism/>



2- Points entiers sur un cercle

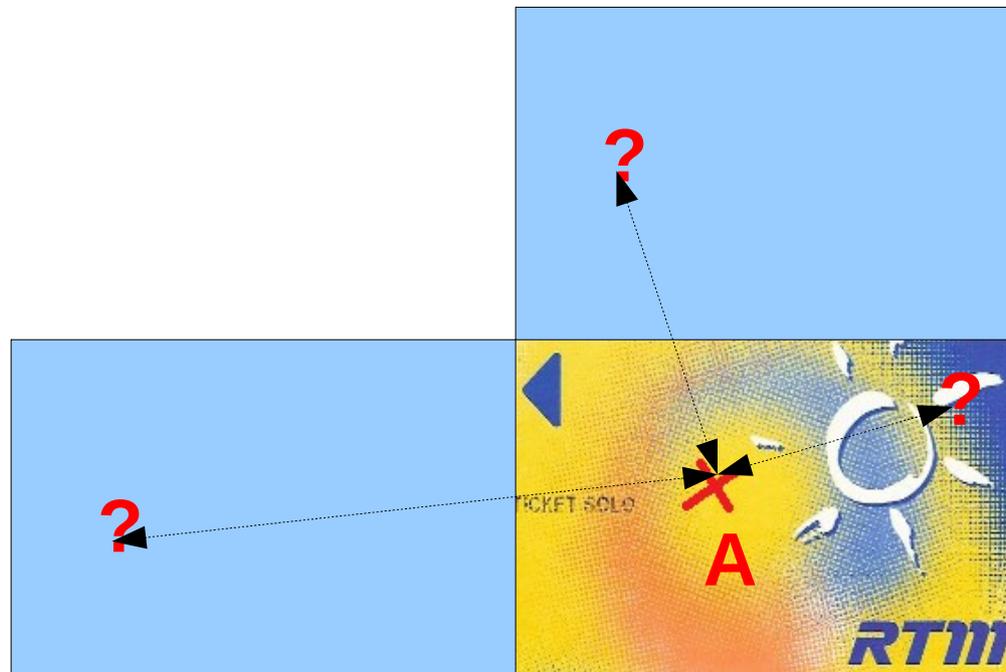
Soit N un entier naturel fixé. Pour quelles valeurs de N est-il possible de tracer un cercle sur une feuille quadrillée de façon à ce qu'il passe (exactement) par N nœuds du quadrillage ?



3- Points antipodaux sur un ticket de métro

Comment placer deux points sur les deux faces d'une feuille de papier de façon à ce qu'ils soient le plus éloignés possibles l'un de l'autre (aux antipodes) ? Pour aller d'un point situé sur la face avant à un point situé sur la face arrière, il faut passer par le bord.

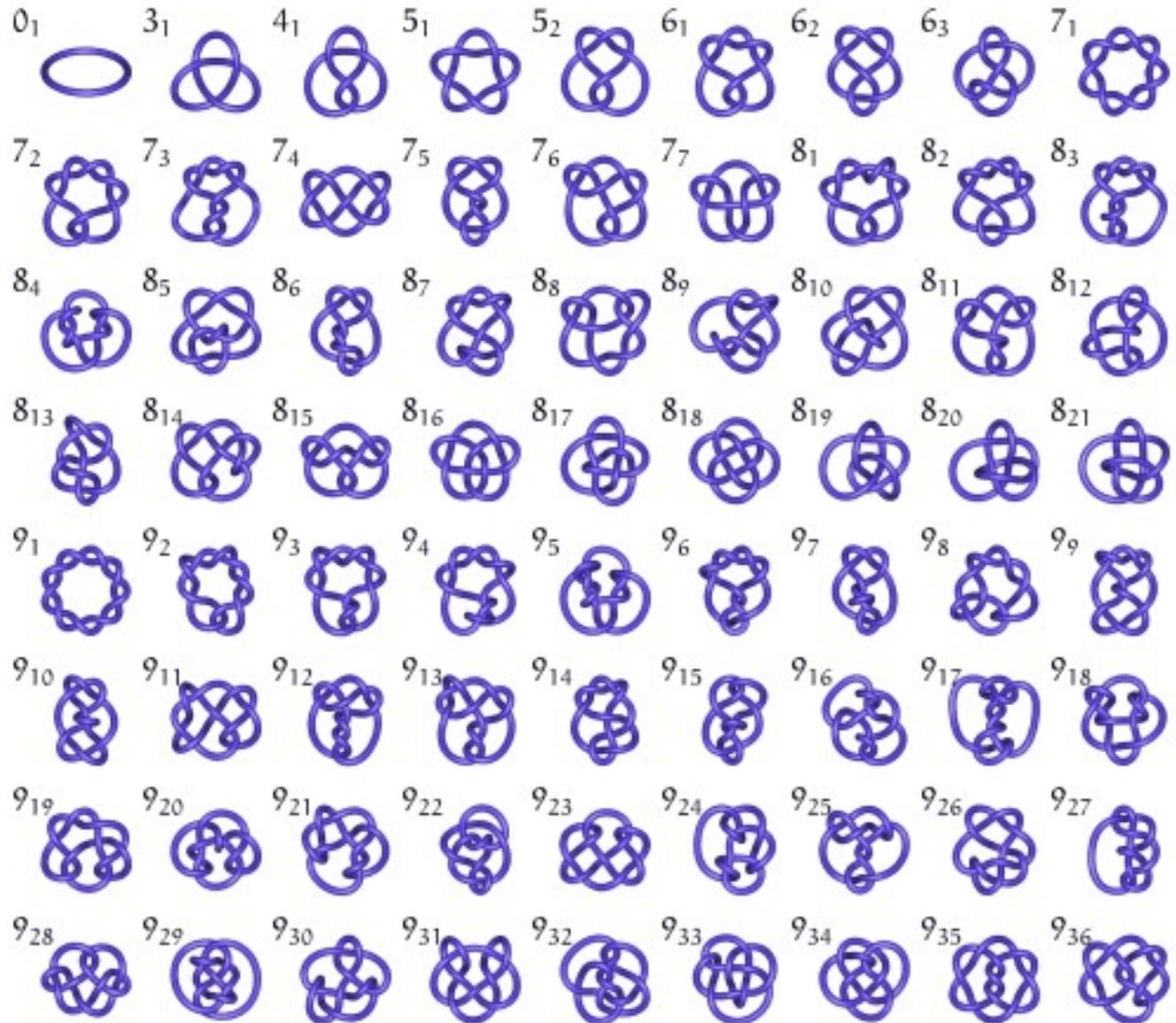
Étudier différentes formes (pas seulement les rectangles).



4- Comment classer les nœuds ?

Comment définir mathématiquement un nœud ?

Peut-on les caractériser assez précisément pour les comparer, les classer, les dénombrer ?



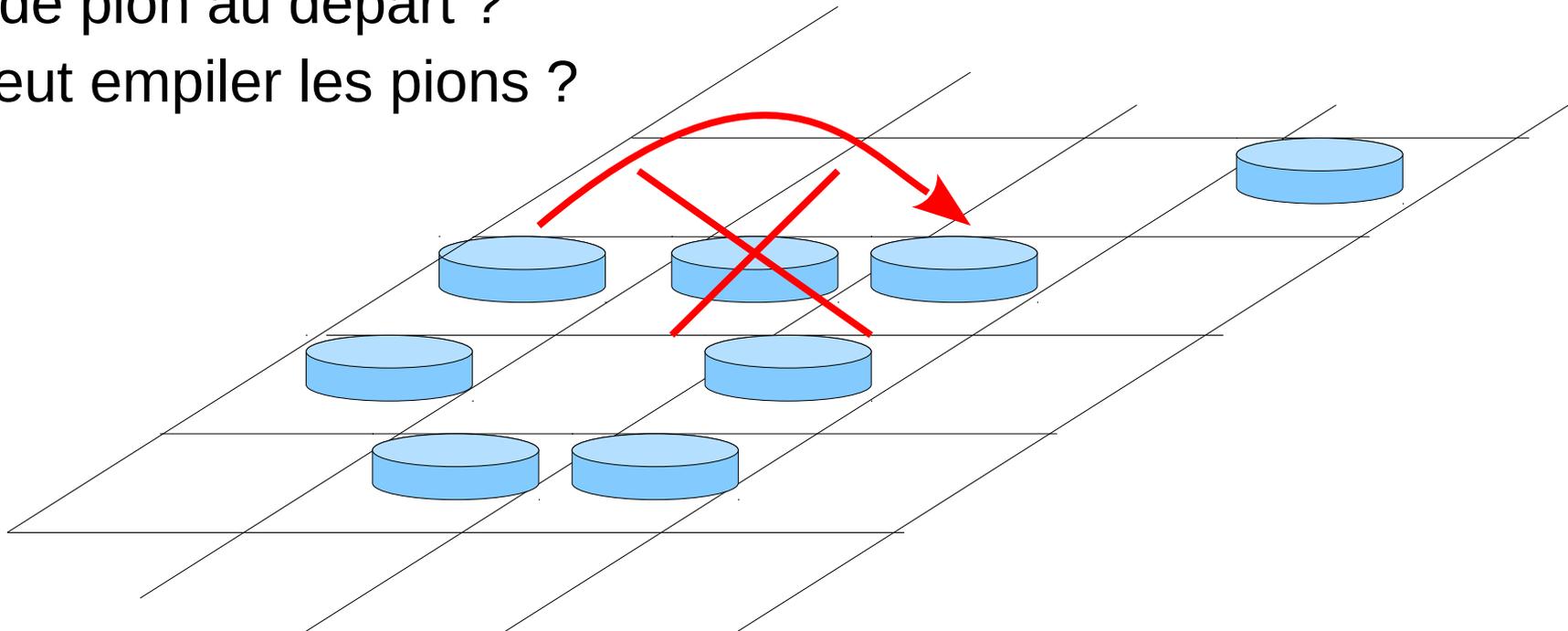
5- Jetons carnivores

Au jeu de solitaire, on ne peut déplacer un pion qu'en sautant par dessus un autre pion, qui est alors retiré du jeu.

Comment disposer N pions sur une grille pour qu'il n'en reste plus qu'un à la fin ?

Jusqu'où peut on faire avancer un pion dans une région où il n'y avait pas de pion au départ ?

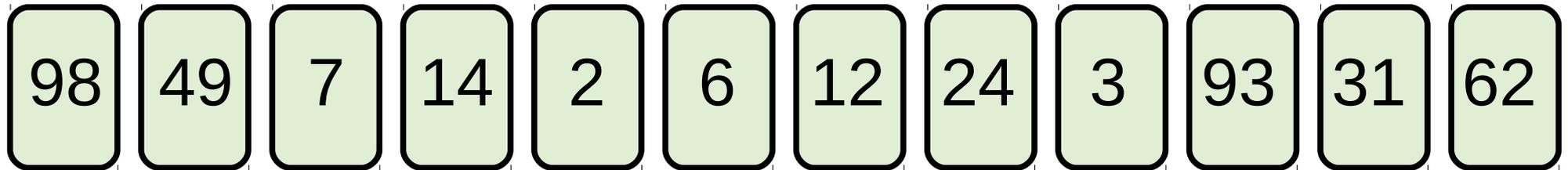
Et si on peut empiler les pions ?



6- Suites de multiples et diviseurs

On dispose d'un paquet de N cartes portant les numéros de 1 à N .
On veut aligner des cartes sur une table en respectant la règle suivante : quand deux cartes se touchent, l'une d'elle doit porter un multiple du numéro de l'autre carte.

Peut-on placer toutes les cartes ainsi ? Sinon, combien au plus ?



7- Suites d'Akiyama

Soient a_0 et a_1 deux nombres entiers. On définit la suite (a_n) par :

$$a_{n+1} = - [a_n/2 + a_{n-1}]$$

où $[x]$ désigne la partie entière de x : $[1/2] = 0$, $[-1/2] = -1$.

En partant de $a_0 = 0$ et $a_1 = 1$, on trouve la suite

0, 1, 0, -1, 1, 1, -1, 0, 1, 0, -1, 1, 1, -1, ...

qui est périodique.

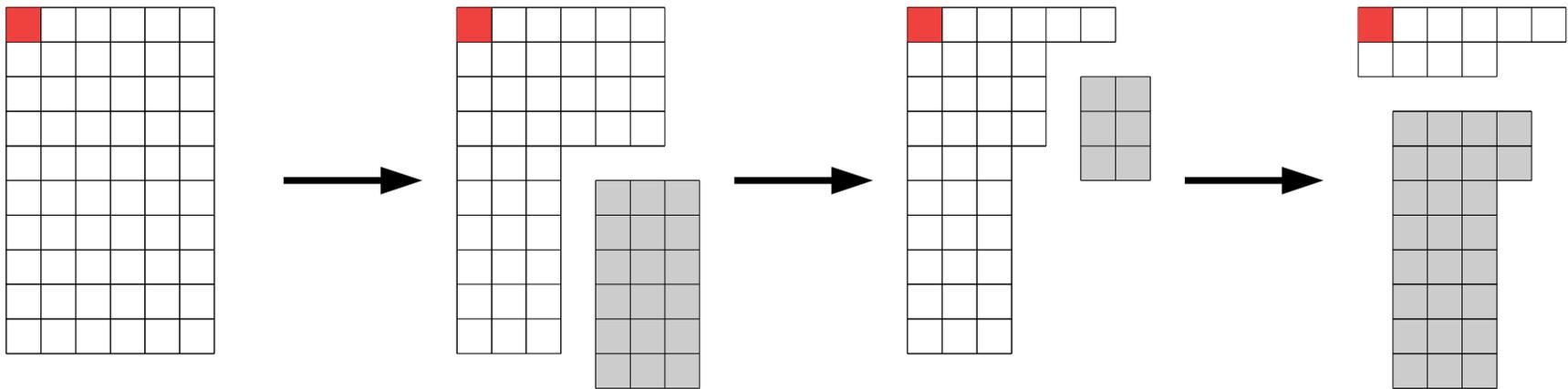
Toutes les valeurs de départ donnent-elles une suite périodique ?

Si on trace les points de coordonnées (a_n, a_{n+1}) , on obtient des figures intéressantes. Pourquoi ?

8- Jeu du chocolat empoisonné

Deux joueurs jouent avec une tablette de chocolat, dont le carreau en haut à gauche est empoisonné.

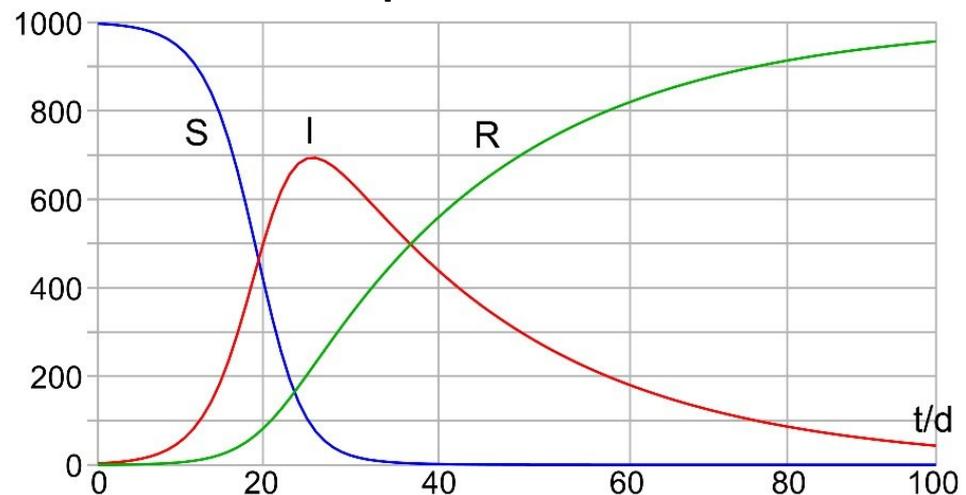
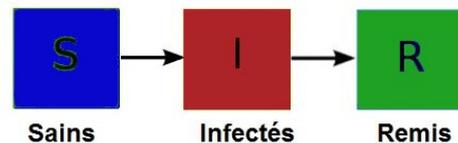
À tour de rôle, les joueurs choisissent un carreau encore présent, et le mangent, ainsi que tous ceux situés en dessous et à droite. Celui qui est contraint de prendre le carreau empoisonné a perdu !
Élaborer une stratégie gagnante.



9- Modélisation de la propagation des épidémies

Les prises de décisions politiques dans la gestion de la crise de Covid-19 s'appuient sur des prévisions formulées par des scientifiques, qui les ont obtenues grâce à des modèles mathématiques. Comment sont construits ces modèles, et peut-on leur faire confiance ?

Étudier différents modèles, leurs hypothèses et leurs limites. Les appliquer aux données disponibles sur l'épidémie de Covid-19 et comparer avec la communication médiatique.

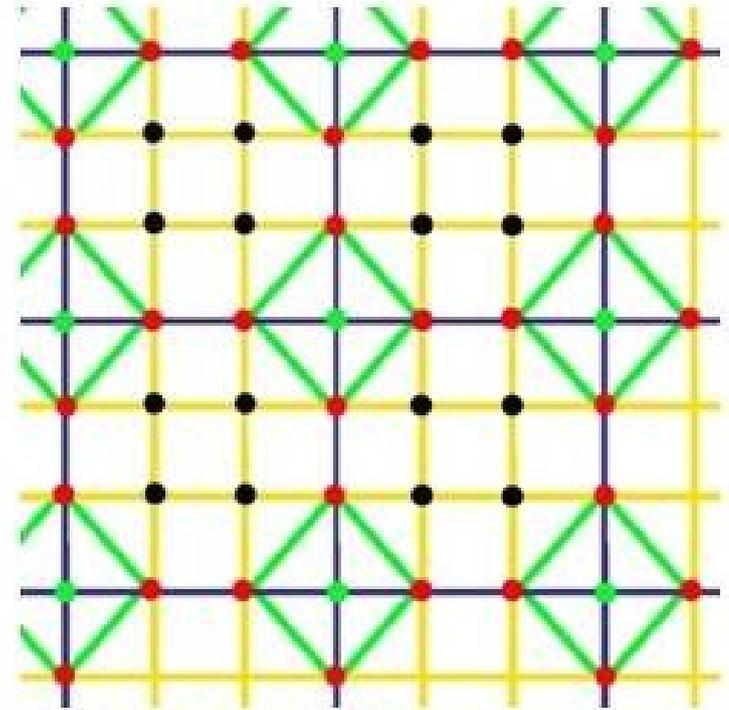


10- Codes correcteurs d'erreurs

Lors de la transmission de données numériques (wifi, TNT, lecteur CD/DVD, fibre optique, etc.), la présence de parasites et interférences peut altérer leur bonne réception et engendrer des erreurs.

En ajoutant de la redondance à l'information transmise, on peut détecter et même corriger ces erreurs.

Étudier la théorie mathématique des différentes méthodes qui permettent cela.



Jean-Luc W

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Code_correcteur.jpg