

# MATH.en.JEANS 2021-2022

## Initiation à la recherche et à l'animation scientifique

### Thèmes proposés

Enseignant :  
Yves Lafont  
[yves.lafont@univ-amu.fr](mailto:yves.lafont@univ-amu.fr)



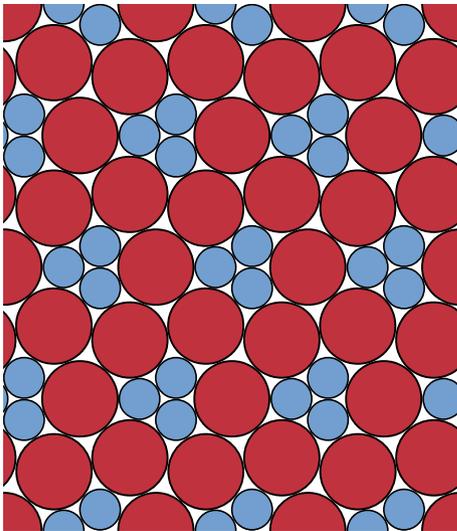
# 1- Empilement de disques

Étudier différents problèmes liés à l'empilement de disques.

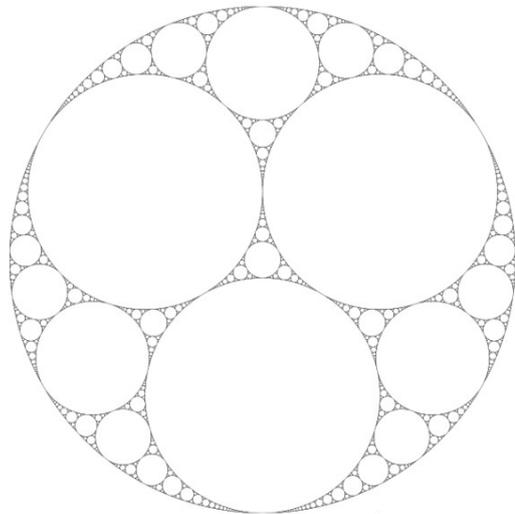
Quelle est la densité maximale d'un empilement de disques identiques, ou de deux types différents ?

Comment remplir une région avec à chaque étape les plus grands disques possibles ?

A quelles conditions un graphe peut-il correspondre à un réseau de cercles tangents ?



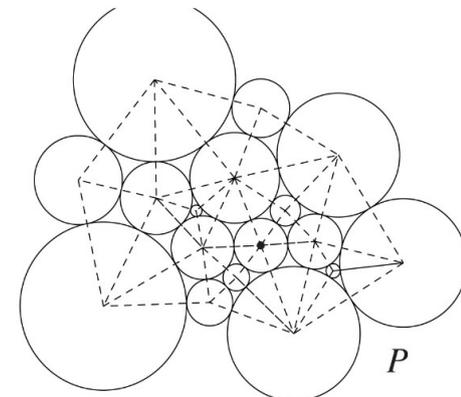
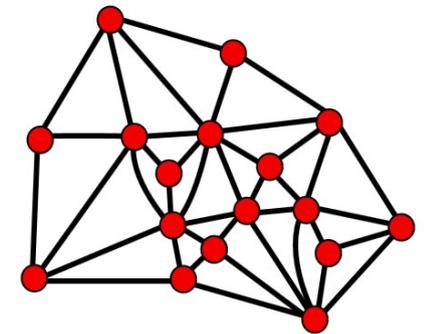
Toby Hudson, d'après Tom Kennedy  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2-d\\_dense\\_packing\\_r2.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2-d_dense_packing_r2.svg)



Guillaume Jacquetot : baderne d'Apollonius  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Apollonian\\_2D\\_N3\\_L7.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Apollonian_2D_N3_L7.svg)

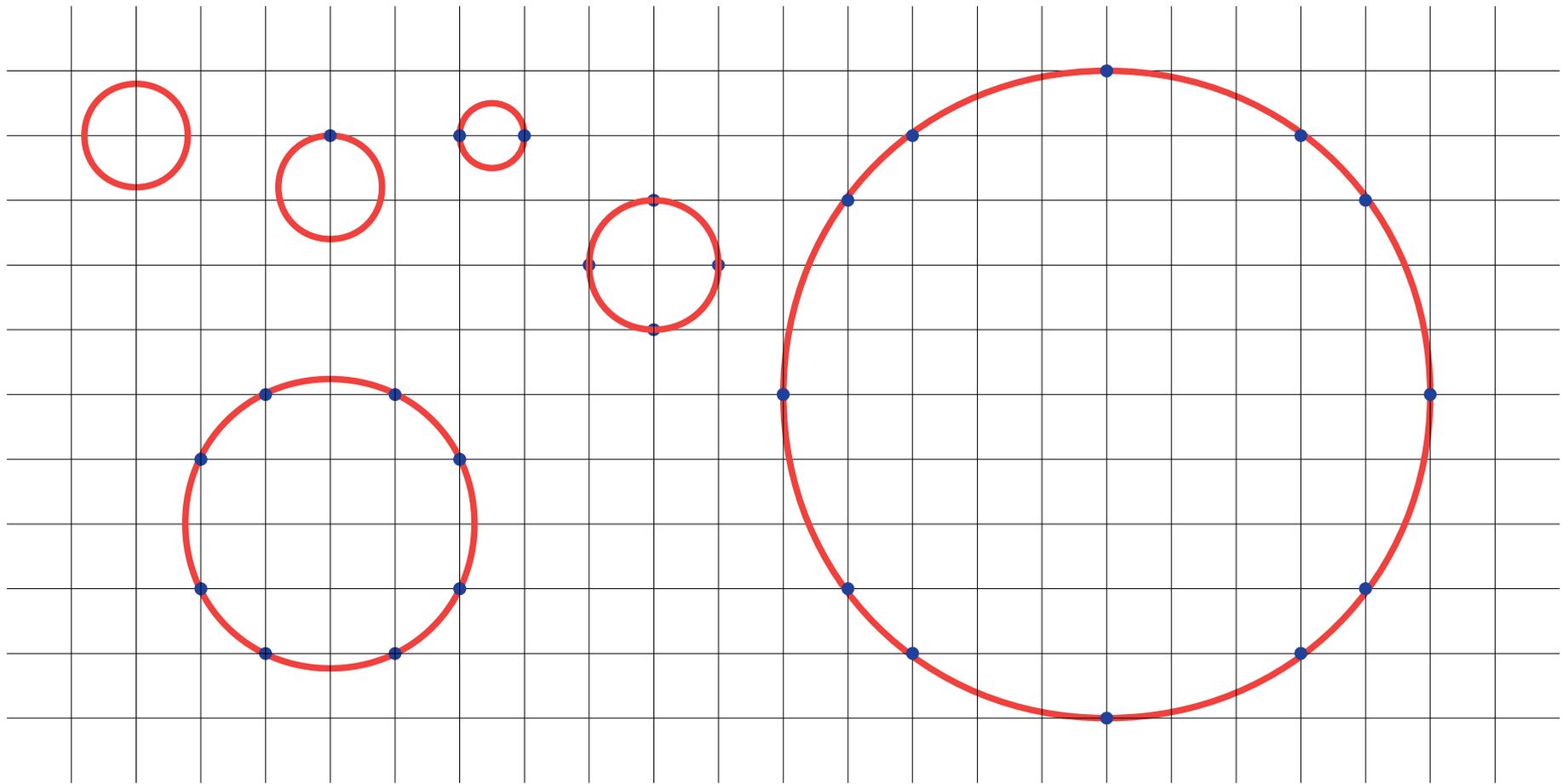


Ben Heine : Digital circlism - Marilyn Monroe  
<https://benheine.com/fr/art/digital-circlism/>



## 2- Points entiers sur un cercle

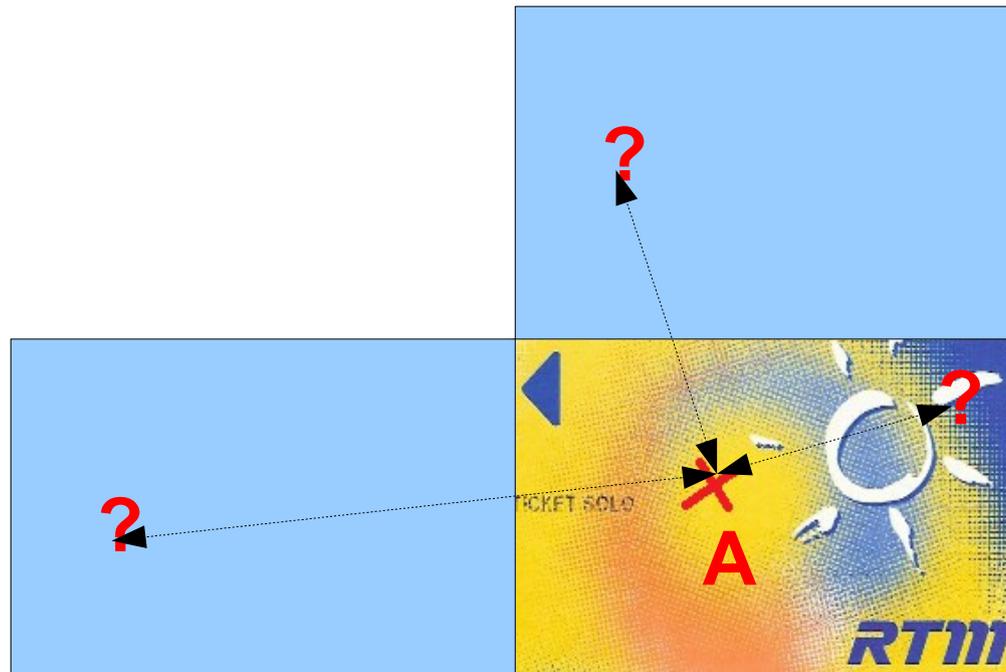
Soit  $N$  un entier naturel fixé. Pour quelles valeurs de  $N$  est-il possible de tracer un cercle sur une feuille quadrillée de façon à ce qu'il passe (exactement) par  $N$  nœuds du quadrillage ?



### 3- Points antipodaux sur un ticket de métro

Comment placer deux points sur les deux faces d'une feuille de papier de façon à ce qu'ils soient le plus éloignés possibles l'un de l'autre (aux antipodes) ? Pour aller d'un point situé sur la face avant à un point situé sur la face arrière, il faut passer par le bord.

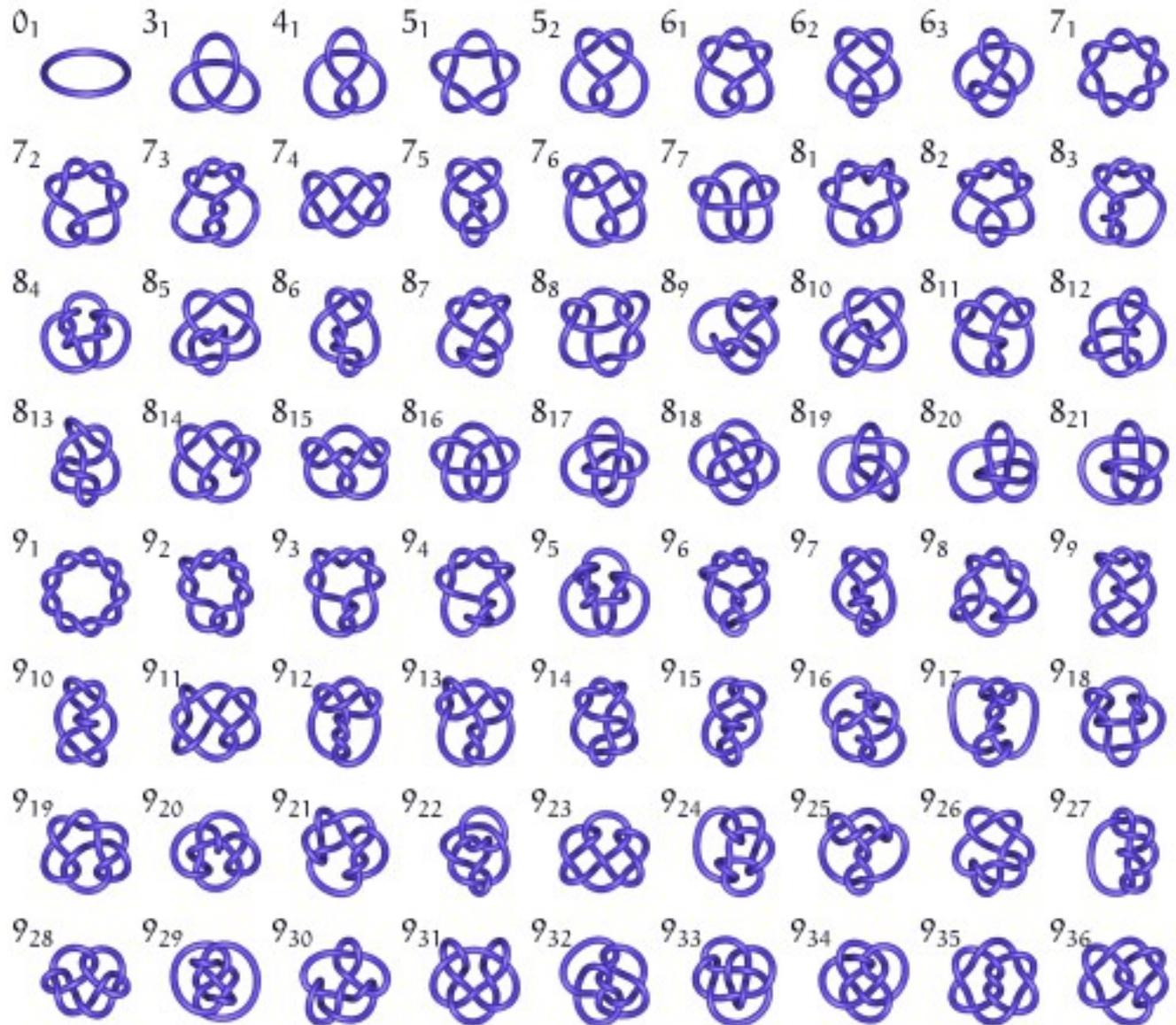
Étudier différentes formes (pas seulement les rectangles).



## 4- Comment classer les nœuds ?

Comment définir mathématiquement un nœud ?

Peut-on les caractériser assez précisément pour les comparer, les classer, les dénombrer ?



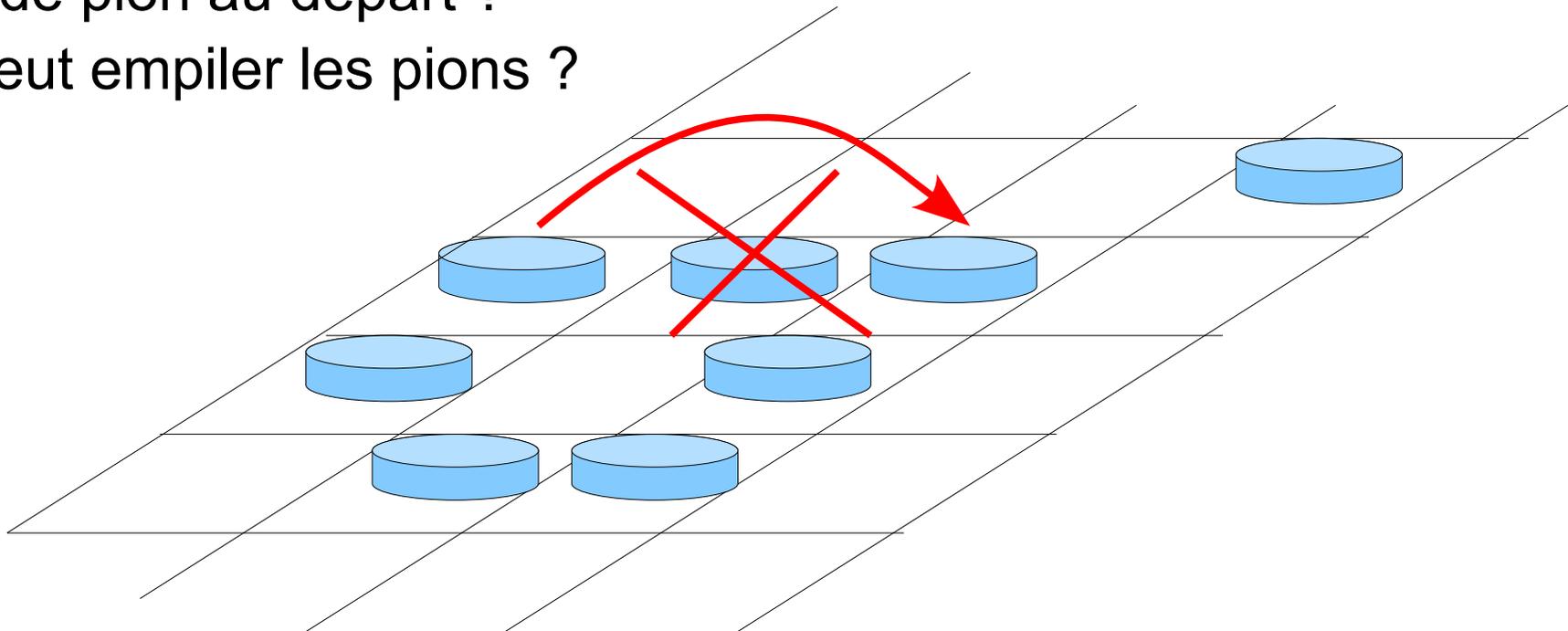
## 5- Jetons carnivores

Au jeu de solitaire, on ne peut déplacer un pion qu'en sautant par dessus un autre pion, qui est alors retiré du jeu.

Comment disposer  $N$  pions sur une grille pour qu'il n'en reste plus qu'un à la fin ?

Jusqu'où peut on faire avancer un pion dans une région où il n'y avait pas de pion au départ ?

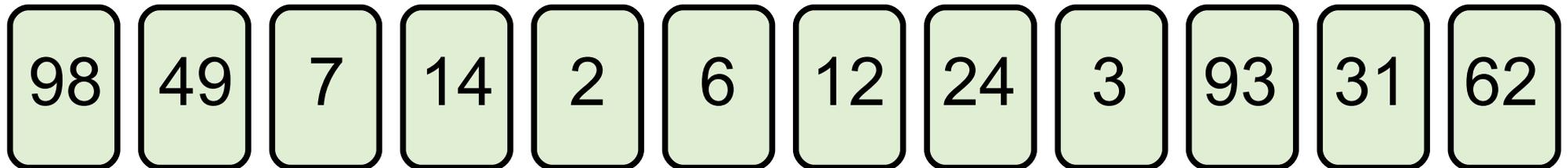
Et si on peut empiler les pions ?



## 6- Suites de multiples et diviseurs

On dispose d'un paquet de  $N$  cartes portant les numéros de 1 à  $N$ .  
On veut aligner des cartes sur une table en respectant la règle suivante : quand deux cartes se touchent, l'une d'elle doit porter un multiple du numéro de l'autre carte.

Peut-on placer toutes les cartes ainsi ? Sinon, combien au plus ?



## 7- Suites d'Akiyama

Soient  $a_0$  et  $a_1$  deux nombres entiers. On définit la suite  $(a_n)$  par :

$$a_{n+1} = - [a_n/2 + a_{n-1}]$$

où  $[x]$  désigne la partie entière de  $x$  :  $[1/2] = 0$  ,  $[-1/2] = -1$ .

En partant de  $a_0 = 0$  et  $a_1 = 1$ , on trouve la suite

0, 1, 0, -1, 1, 1, -1, 0, 1, 0, -1, 1, 1, -1, ...

qui est périodique.

Toutes les valeurs de départ donnent-elles une suite périodique ?

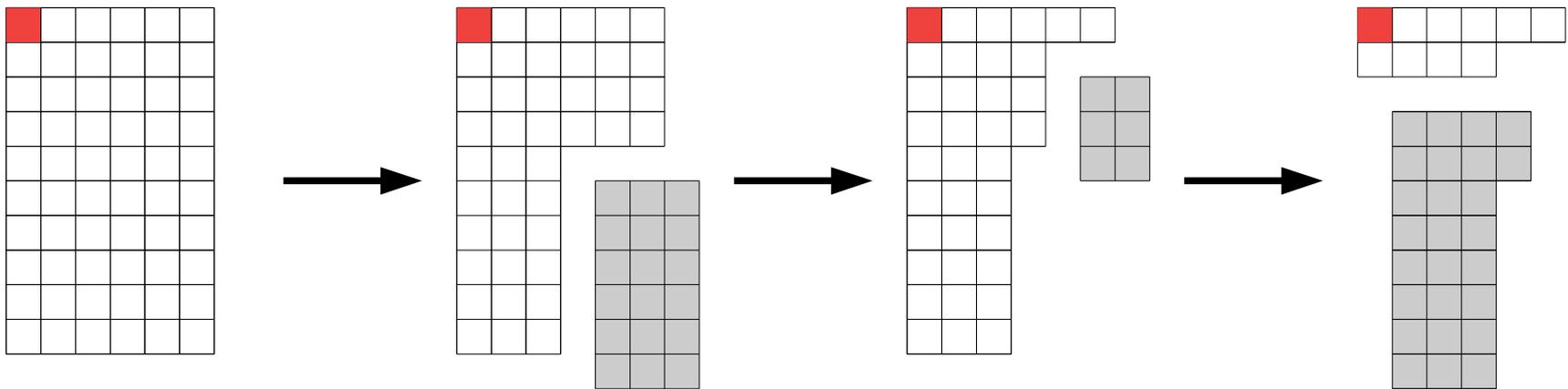
Si on trace les points de coordonnées  $(a_n, a_{n+1})$ , on obtient des figures intéressantes. Pourquoi ?

## 8- Jeu du chocolat empoisonné

Deux joueurs jouent avec une tablette de chocolat, dont le carreau en haut à gauche est empoisonné.

À tour de rôle, les joueurs choisissent un carreau encore présent, et le mangent, ainsi que tous ceux situés en dessous et à droite.

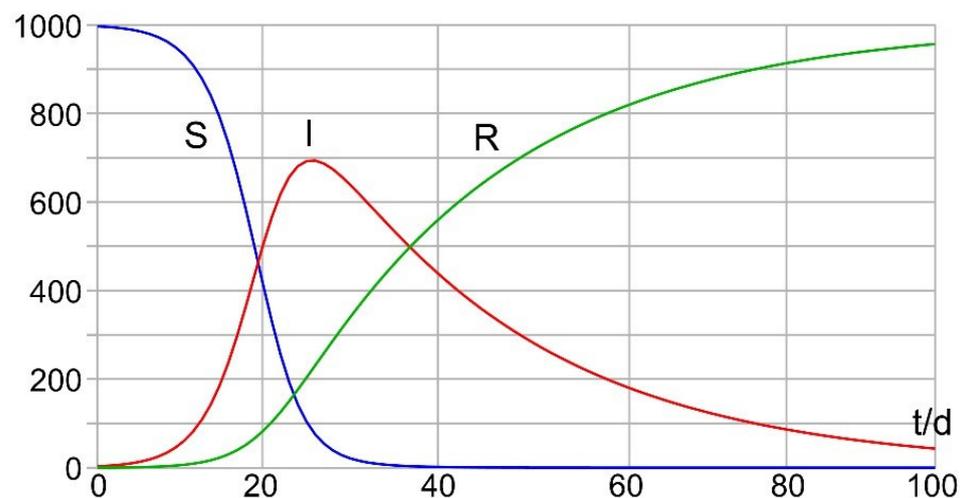
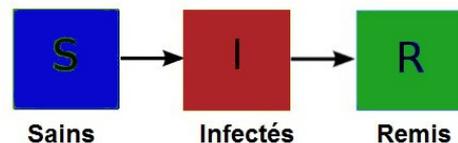
Celui qui est contraint de prendre le carreau empoisonné a perdu !  
Élaborer une stratégie gagnante.



## 9- Modélisation de la propagation des épidémies

Les prises de décisions politiques dans la gestion de la crise de Covid-19 s'appuient sur des prévisions formulées par des scientifiques, qui les ont obtenues grâce à des modèles mathématiques. Comment sont construits ces modèles, et peut-on leur faire confiance ?

Étudier différents modèles, leurs hypothèses et leurs limites. Les appliquer aux données disponibles sur l'épidémie de Covid-19 et comparer avec la communication médiatique.

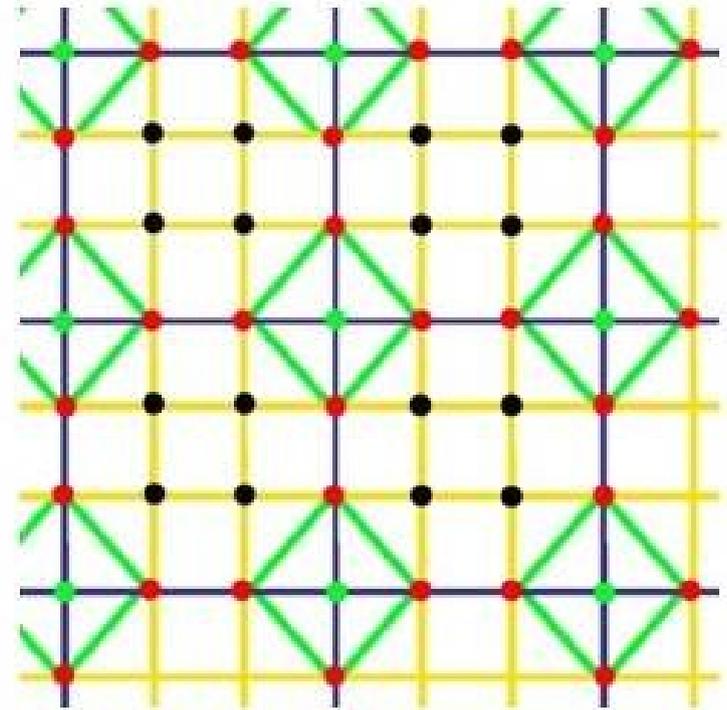


## 10- Codes correcteurs d'erreurs

Lors de la transmission de données numériques (wifi, TNT, lecteur CD/DVD, fibre optique, etc.), la présence de parasites et interférences peut altérer leur bonne réception et engendrer des erreurs.

En ajoutant de la redondance à l'information transmise, on peut détecter et même corriger ces erreurs.

Étudier la théorie mathématique des différentes méthodes qui permettent cela.



Jean-Luc W

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Code\\_correcteur.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Code_correcteur.jpg)