

Etudiants : Ibrahima diattara , Othmane znaidi --

Rapport de groupe :

Les mathématiques soutiennent la médecine



**SOMMAIRE :**

**1) Introduction**.....

**II) croissance tumorale**.....

- a) définition
- b) problématique
- c) modélisation
- d) exploitation du modèle
- e) *Modèle de gompertz*

**III)le traitement du cancer**.....

- a) définition de la chimiothérapie
- b) problématique
- c) modélisation du traitement avec un seul médicament

**d) médiation du traitement avec deux médicaments**

**IV) conclusion**.....

## **I) Introduction:**

A travers les siècles et les siècles, les mathématiques ont été utilisées dans divers domaines (architecture, géographie,...)

Cependant, depuis quelques années maintenant, certains modèles mathématiques sont employés dans une branche essentielle de notre société actuelle: la médecine.

Ainsi les mathématiques jouent un très grand rôle dans l'étude de la croissance tumorale et son traitement.

## **II) La croissance tumorale:**

### **a) définition :**

Une tumeur maligne est une prolifération anormale des cellules au sein d'un tissu normal de l'organisme.

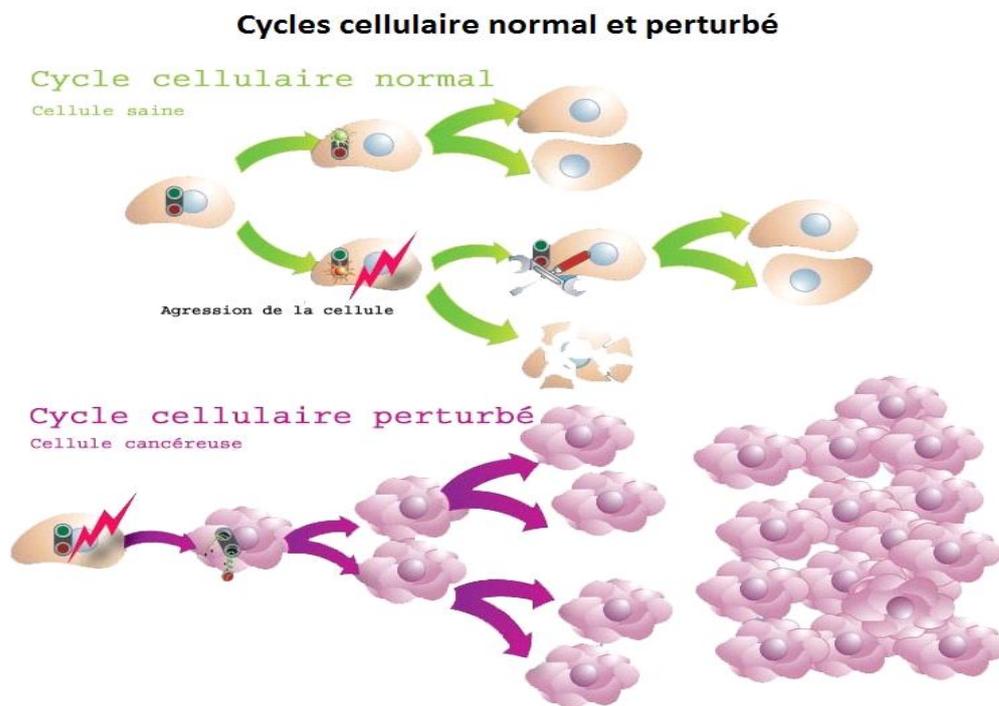
Exemple de cancer : tumeur du cerveau qui est un développement des cellules anormale au niveau de l'encéphale.

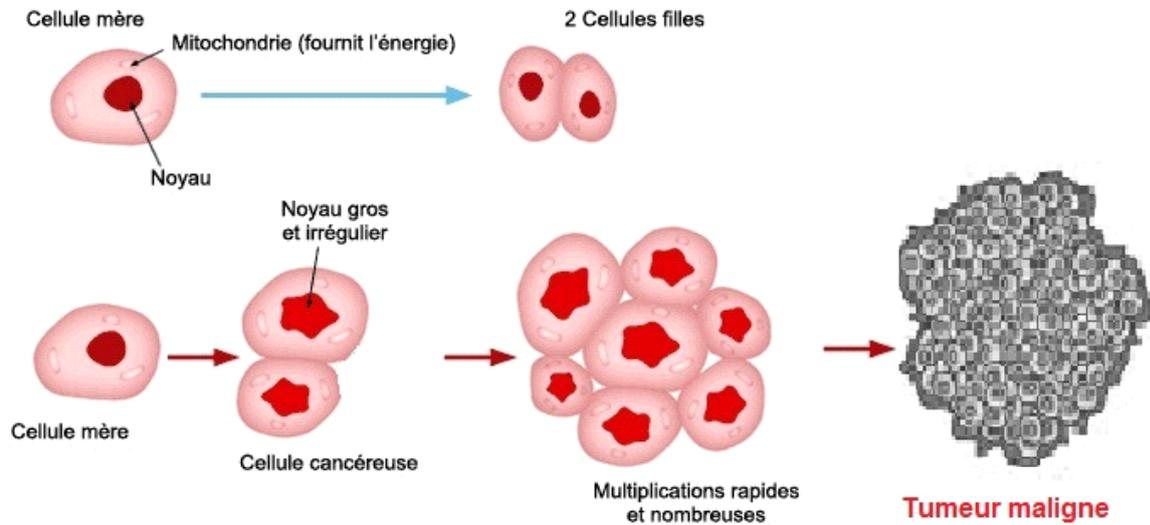
### **b) problématique:**

- Tout cancer débute par la production d'une cellule cancéreuse qui va engendrer d'autres

cellules filles (tumeur) , on constate que le temps de doublement noté **T** des cellules est sensiblement constant et varie en fonction du type de cancer  
par exemple pour une cancer de seins le temps T varie entre 12 et 14 semaines.

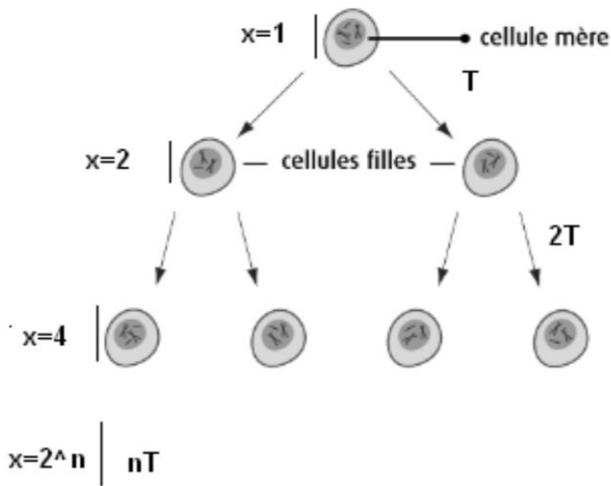
- Le nombre maximal de cellules atteint est en moyenne de mille milliards ( $10^{12}$ ) cellules. A ce nombre, la maladie est souvent mortelle.  
Plusieurs solutions sont alors possibles :





### c) modélisation

- On peut représenter mathématiquement, grâce des fonctions, l'évolution du nombre de cellules cancéreuses dans une tumeur. Cette évolution concerne toutes les cellules dont la reproduction est anarchique ou incontrôlable, c'est à dire toutes les cellules filles issues de la cellule initiée, quelles aient subies d'autres modifications génétiques ou non, et toujours réunies dans le même foyer tumoral.
- Au départ, au temps  $t(0)$ , il ne doit y avoir qu'une cellule.
- à chaque nouvelle division, il y a deux fois plus de cellules qu'avant, on a donc à faire à une croissance exponentielle.



Si une tumeur a un temps de doublement  $T$ , à partir d'une cellule cancéreuse on peut avoir une fonction  $N$  qui peut nous donner à tout instant le nombre de cellules malades :

$$N(t_n) = 2^{\frac{t_n}{T}} = 2^{\frac{nT}{T}} = 2^n.$$

$$N(t) = 2^{\frac{t}{T}}.$$

si nous partons de  $N_0$  cellules cancéreuses on peut établir

$$N(t) = N_0 2^{\frac{t}{T}}.$$

d) Exploitation du modèle

Exemple : un biologiste qui fait une analyse d'une personne qui a un cancer constate qu'il ya  $10^{11}$  cellules cancéreuses, on veut savoir la date d'origine de la première cellule cancéreuse en supposant que le temps de doublement T est connu.

**Résolution grâce a notre modèle mathématiques**

On sait que :

$$N(t) = 2^{\frac{t}{T}}$$

$$N(t) = 10^{11} \Rightarrow \ln(10^{11}) = \ln(2^{t/T}) \Rightarrow 11\ln(10) = (t/T) \ln(2)$$

$$\Rightarrow t/T = 11(\ln(10)/\ln(2))$$

$$\Rightarrow t = 11T \log_2(10)$$

f) Modèle de gompertz

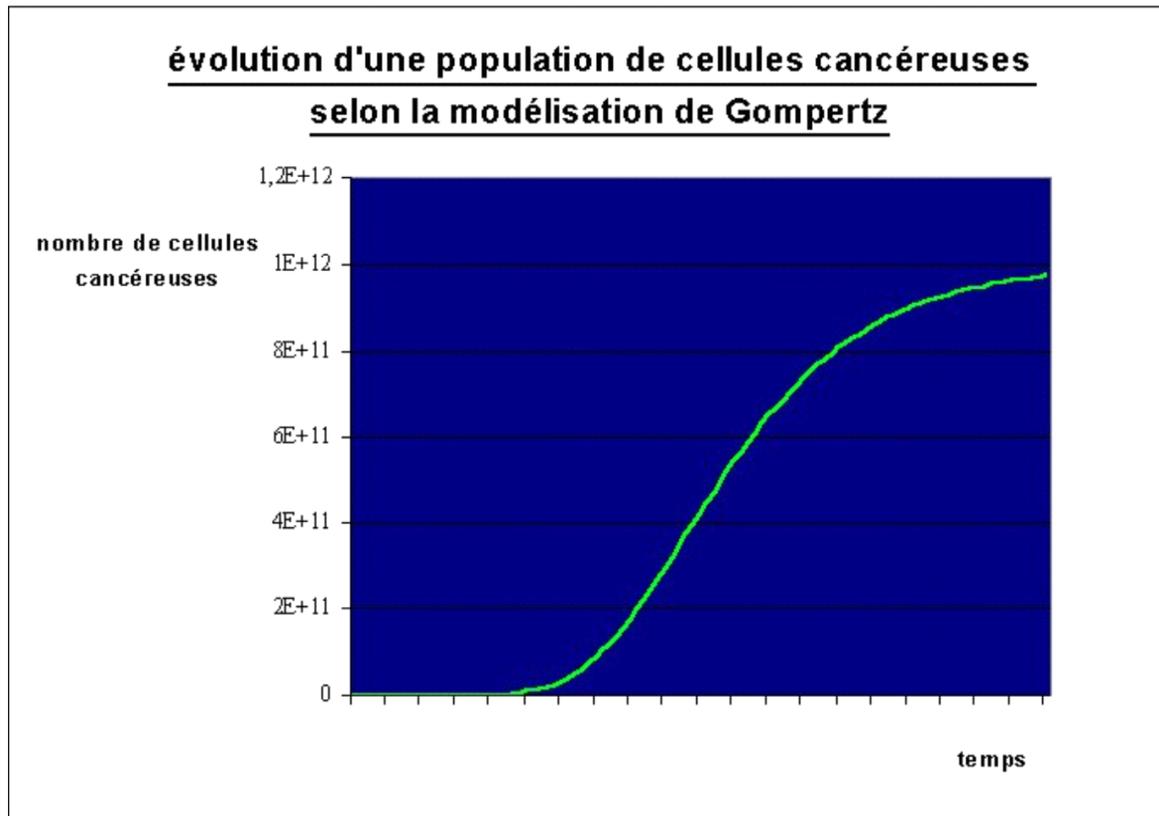
1. Le modèle mathématique de Gompertz.

C'est celui qu'a adopté le milieu médical, car il représente le plus généralement la croissance tumorale.

L'équation de cette modélisation est :

$$N(t) = A \cdot \exp[B \cdot \exp(C \cdot t)]$$

$A = 10^{12}$   
 $B = \ln(10^{-12})$   
 $C \gg -0.09$



Sur ce graphique, l'axe des abscisses est gradué arbitrairement de 0 à 40, car on ne peut utiliser une échelle de temps précise (certaine représentation utilise comme abscisse le temps de doublement, mais celui-ci n'est pas constant), car certains cancer connaissent cette croissance en 5 ans, et d'autre en 15 ans (exemple de cancer à différente vitesse de croissance).

On voit donc que la croissance est très lente au début, car la courbe est quasi " collée " à l'axe des abscisses. Puis la croissance s'accélère de plus en plus, car les cellules acquièrent des capacités pour se multiplier plus vite. Enfin, la croissance se ralentit à cause de l'augmentation des pertes cellulaires, pour arriver à un stade où les pertes sont égales aux nombres de cellules créés. Ces pertes cellulaires sont dues au fait que les cellules cancéreuses n'ont plus de gènes réparateur du génome, ainsi elles ont une forte instabilité génétique. Cette instabilité permet à beaucoup plus de mutations de s'installer. Si ces mutations touchent des gènes nécessaires à la vie de la cellule, la cellule meurt. Il y a alors perte cellulaire.

La représentation par Gompertz est donc bien fidèle à l'évolution de la population

Tumorale traitement du cancer:

**démonstration pour obtenir le temps(t) par GOMPERTZ**

Si on suppose que on a  $2E+11=2*10^{11}$  **cellules cancéreuses**

$$N(t)=A.\exp [B.\exp(Ct)] \quad \Rightarrow$$

$$2.10^{11}=A.\exp [B.\exp(Ct)] =10^{12}.\exp [10^{-12}.\exp((0.09).t) ] \Rightarrow$$

$$\text{Ln} (2.10^{11})=\text{ln} (10^{12}.\exp[10^{-12}.\exp((0.09).t)]) \Rightarrow$$

$$\text{ln} (2.10^{11})=\text{ln}(10^{12})+\text{ln}(\exp[10^{-12}.\exp((0.09).t)]) \Rightarrow$$

$$\text{ln} (2.10^{11})=12\text{ln}(10) + [10^{-12}.\exp((0.09).t)] \text{ln}(\exp) \Rightarrow$$

$$\text{ln} (2.10^{11})=12\text{ln}(10) + [10^{-12}.\exp((0.09).t)] \Rightarrow$$

$$\text{ln}(2.10^{11}) - 12\text{ln}(10)=10^{-12}.\exp((0.09).t)\Rightarrow$$

$$[\text{ln}(2.10^{11}) - 12\text{ln}(10)]/10^{-12}=\exp((0.09).t)\Rightarrow$$

$$\text{ln}[\text{ln}(2.10^{11}) - 12\text{ln}(10)]/10^{-12} ]=\text{ln}(\exp((0.09).t))\Rightarrow$$

$$\text{ln}[\text{ln}(2.10^{11}) - 12\text{ln}(10)]/10^{-12} ]=0.09t\Rightarrow$$

$$t=\text{ln}[\text{ln}(2.10^{11}) - 12\text{ln}(10)]/10^{-12} ]/0.09$$

**III) Le traitement du cancer:**

### a) Définition de la chimiothérapie:

*La chimiothérapie est l'usage de certaines substances chimiques pour traiter une maladie. C'est une technique de traitement à part entière au même titre que la chirurgie. La première utilisation connue de la chimiothérapie remonte à l'usage de l'écorce de quina par les Indiens du Pérou, dans le traitement de fièvres telles que la malaria mais nous allons nous intéresser de la chimiothérapie d'un cancer*

### b) Problématique:

> Chimiothérapie

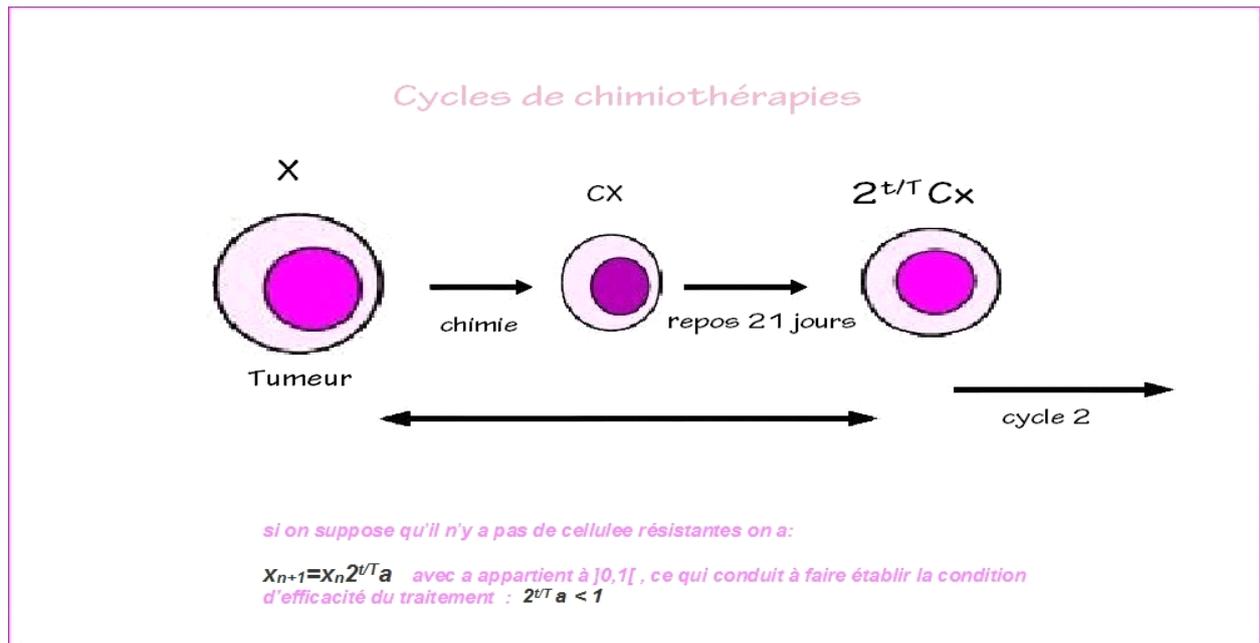
La plupart des substances utilisées en chimiothérapie anticancéreuse agissent sur la division cellulaire, en ciblant les cellules à multiplication rapide. Elles endommagent les cellules et entraînent la mort cellulaire.

Mais, la recherche n'a pas encore permis de découvrir des substances ciblant électivement les cellules cancéreuses; les autres cellules de l'organisme à division rapide sont altérées aussi, entraînant les effets secondaires par exemple: Perturbations de la formule sanguine, chute des cheveux et des poils ...

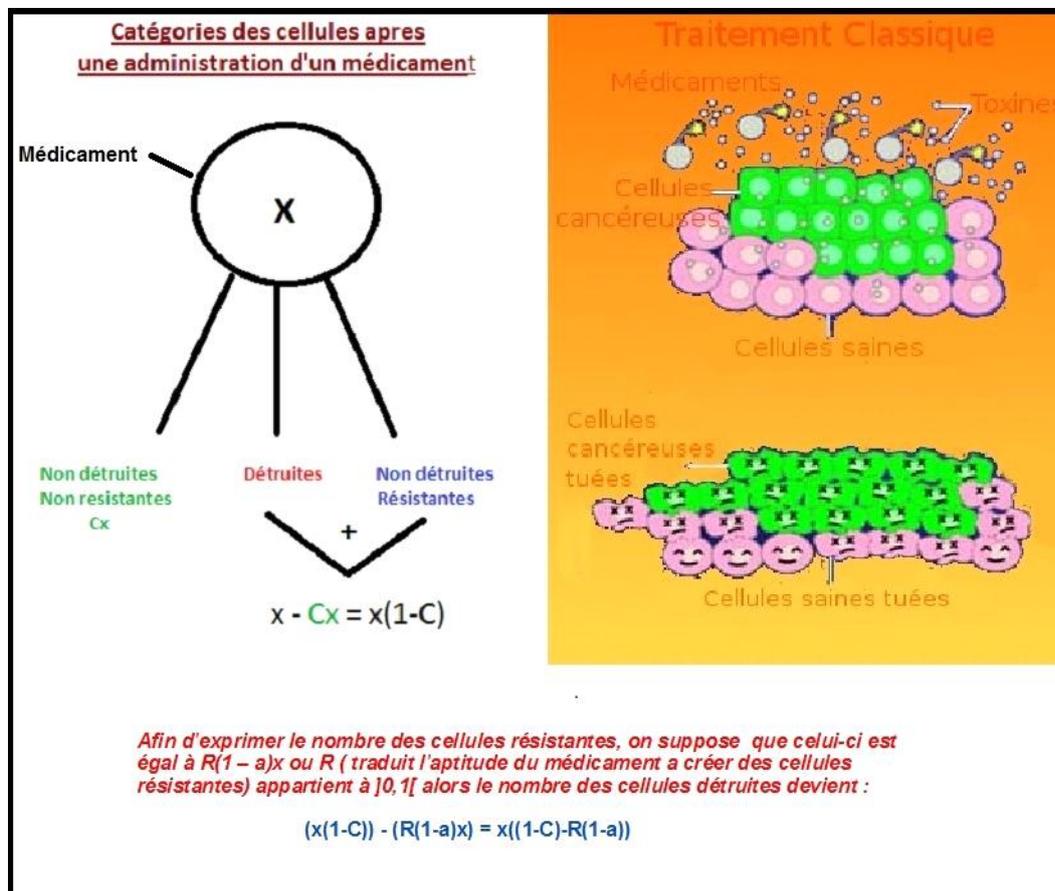
Il est donc nécessaire laisser un temps de repos dans chaque cycle (administration et repos) de traitement afin que la moelle osseuse puisse remplacer les globules sanguins détruits.

### c) Modélisation

- Modélisation sans apparition de cellules résistantes

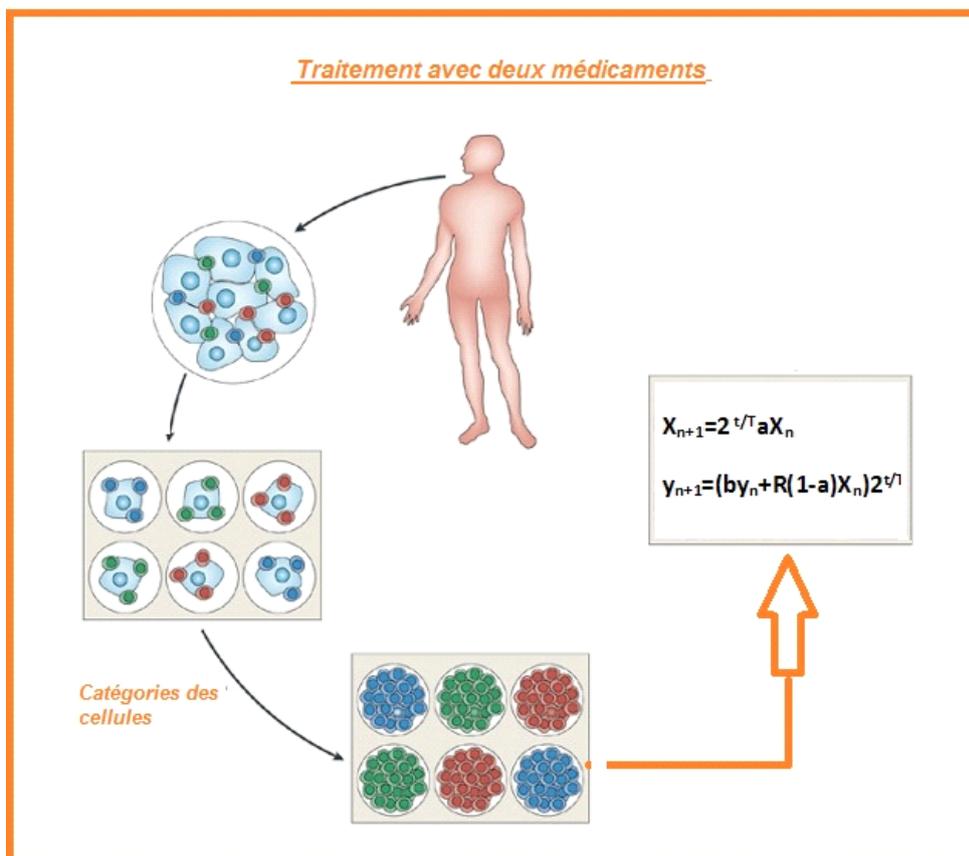


- Modélisation avec apparition de cellules résistantes



### d) modalisation du traitement avec deux médicaments

si un médicament laisse des cellule non détruites résistantes c est a dire de cellule que le médicament ne peut plus tuer donc on est obligé d utiliser une autre médicament pour tuer les cellule cancéreuses



### IV) Conclusion:

En somme notre thème mes mathématiques soutiennent la médecine nous permet de modéliser la croissance tumorale et son traitement avec des formule a l appuy.

