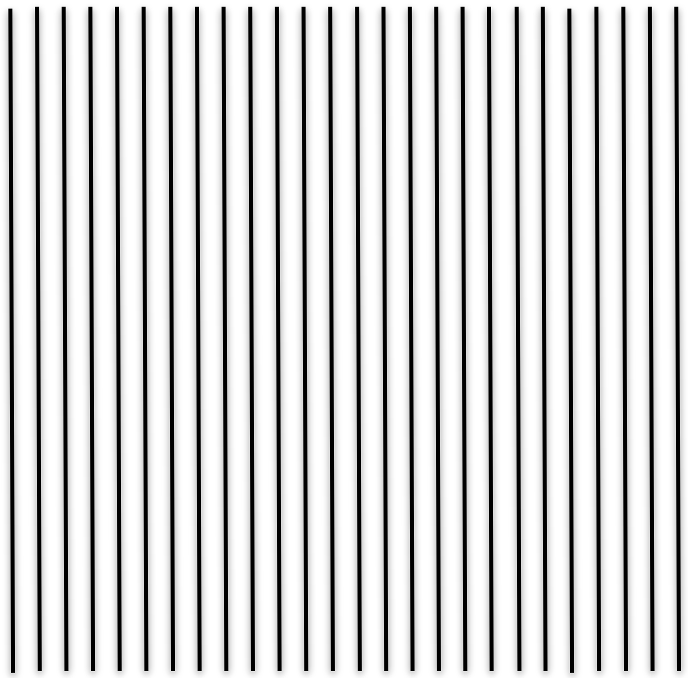
COMMENT SE PRODUIT LE MOIRAGE?

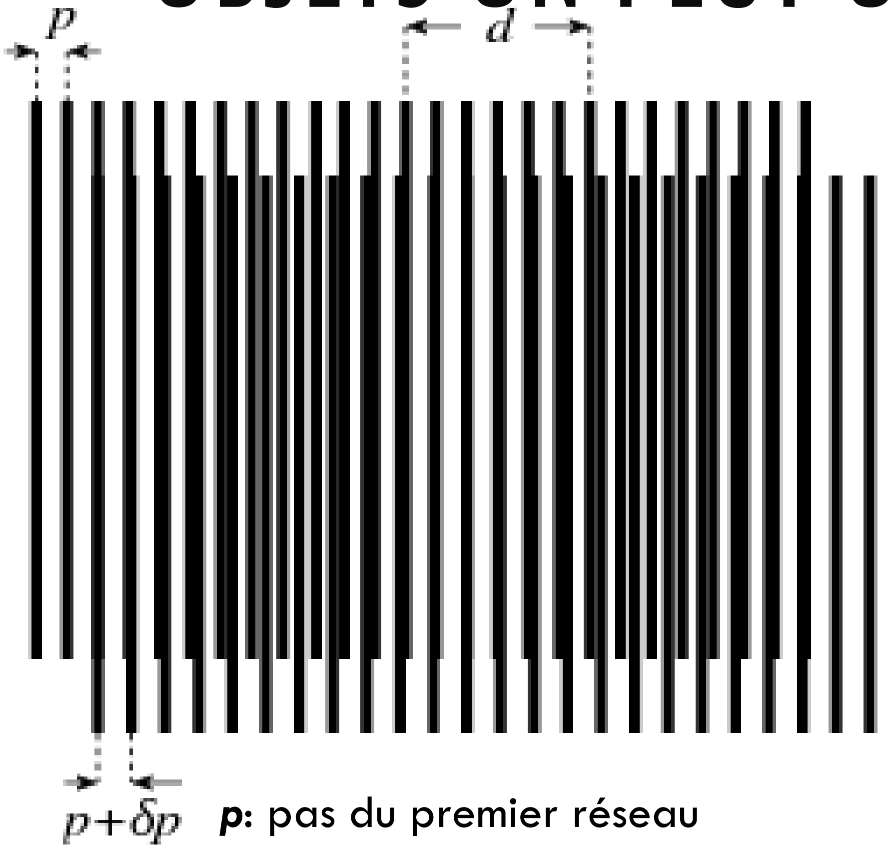
MODELISATION PAR UN EXEMPLE SIMPLE:
RESEAUX PARALLELES

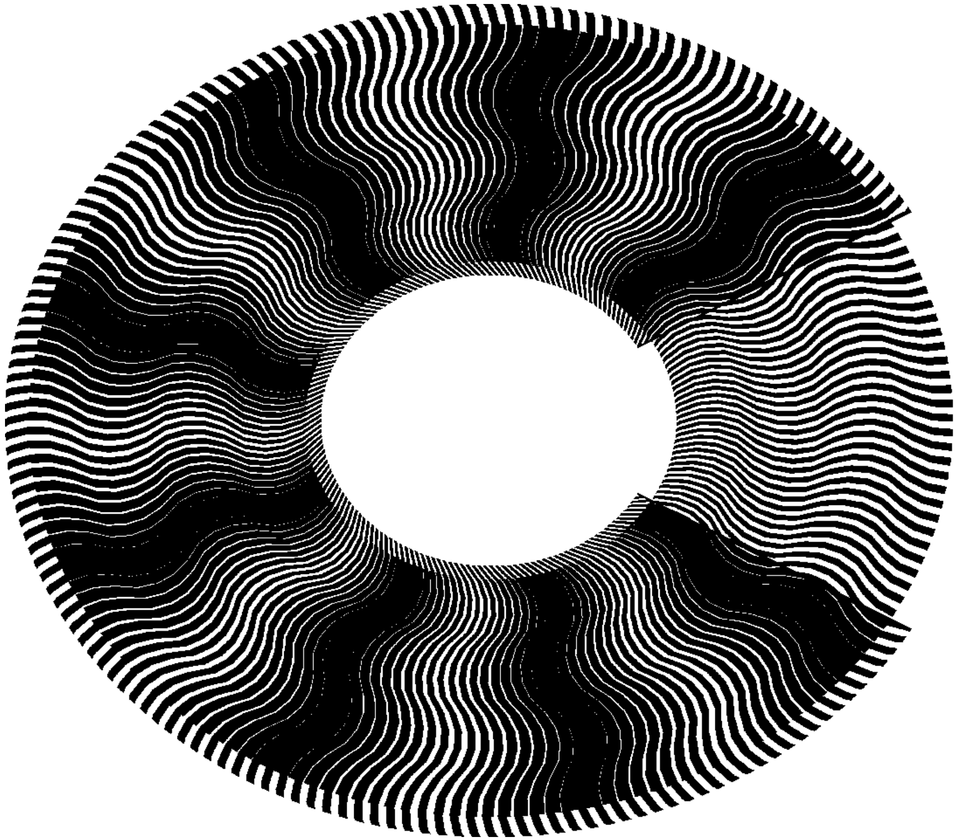
QU'EST CE QU'UN RÉSEAU?

Un réseau est un dispositif composé d'une série de traits parallèles, espacé de manière régulière. Cet espacement est appelé le pas :



COMMENT EN SUPERPOSANT CES DEUX SIMPLES OBJETS ON PEUT OBTENIR DE TELS EFFETS?



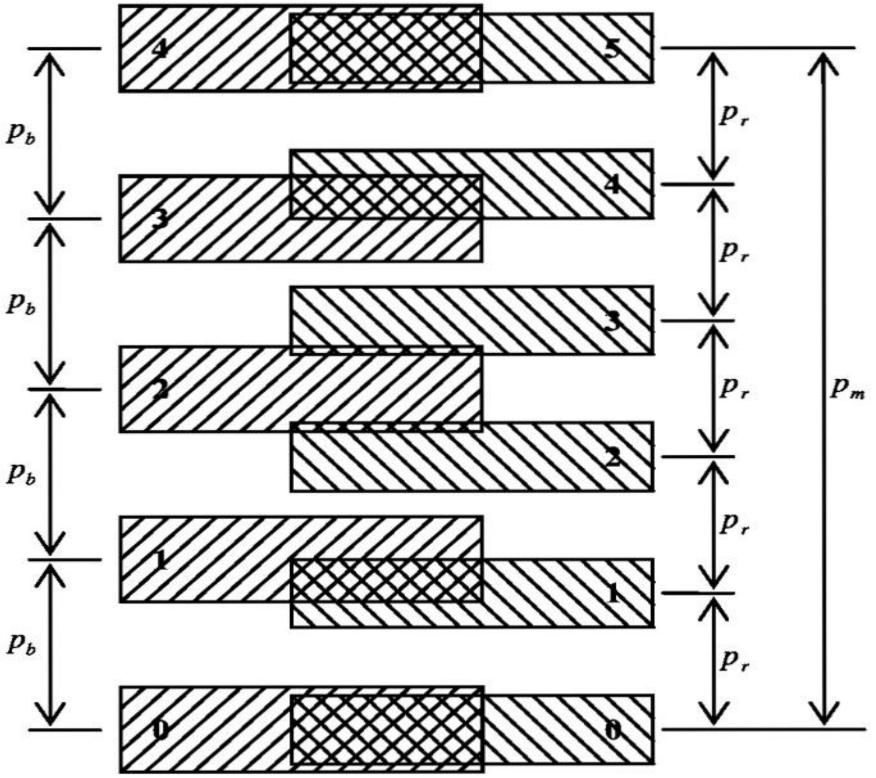


p: pas du premier réseau

p+δp: Pas du deuxième réseau ($\delta p>0$).

d: distance séparant une ligne claire d'une ligne sombre.

EXPLICATION: ZOOM SUR UNE FRANGE SOMBRE



La frange sombre résulte de la coïncidence entre une zone claire et une zone sombre

P_m(= d): le pas des lignes de moiré, la distance entre deux bandes des réseaux qui se superposent parfaitement (cf. le schémas)

Pb(= p): le pas du réseau de base

Pr(= p+δp): le pas du révélateur

POUR LES PLUS CURIEUX!

- **Plus en détails**: Si nous faisons coïncider les traits les plus à gauche des réseaux, le décalage entre les traits des deux réseaux s'accentue lorsque l'on va vers la droite. Au bout d'un certain nombre de traits, les deux réseaux seront en opposition : les traits du deuxième réseau seront entre les traits du premier réseau. De loin, on va donc avoir une impression de clair lorsque les traits des deux réseaux sont superposés (il y a du blanc entre les traits), et une impression de sombre lorsque les traits sont en opposition.

- Comme le réseau est **périodique**, on peut donc le modéliser par une fonction **sinus ou cosinus**, c'est pour cela qu'on peut assimiler le phénomène de **moirage** à un phénomène d'**interférence** et se ramener à un problème physique.

ET LES MATHS DANS TOUT ÇA?

- p/2: apparition de la première ligne sombre
- Le trait *n* du second réseau est décalé de $n\cdot\delta p$ par rapport au trait *n* du premier réseau. La première ligne sombre apparaît donc pour $n\cdot\delta p = p/2$.

D'où $$n = \frac{p}{2\delta p}$$

- La distance *d* séparant une ligne sombre d'une ligne claire est donc

$$d = n \cdot (p + \delta p) = \frac{p^2}{2\delta p} + \frac{p}{2}$$

- la distance séparant deux lignes sombres, qui est également la distance séparant deux lignes claires, est :

$$2d = \frac{p^2}{\delta p} + p$$

ON EN DÉDUIT DONC:

- plus le pas est grand, plus les lignes claires et sombres sont espacées ;
- plus l'écart de pas δp est grand, plus les lignes claires et sombres sont rapprochées. Lorsque δp tend vers l'infini, l'écart entre les lignes tend vers p : on retrouve le pas du premier réseau.
- à l'inverse, des lignes très espacées signifient que les réseaux ont des pas très proches. Lorsque δp tend vers 0, l'écart entre les lignes tend vers l'infini : on obtient une figure uniforme, sans variation de contraste

MODÉLISATION SINUSOÏDALE:

Soit I le contraste variant de manière continue selon une sinusoïde

$$\mathrm{I}_1(x) = \mathrm{I}_0 \cdot \sin(2\pi \cdot k_1 \cdot x)$$

$$\mathrm{I}_2(x) = \mathrm{I}_0 \cdot \sin(2\pi \cdot k_2 \cdot x)$$

(les pas sont respectivement de $p_1 = 1/k_1$ et $p_2 = 1/k_2$), l'intensité lorsque l'on superpose les deux réseaux est alors

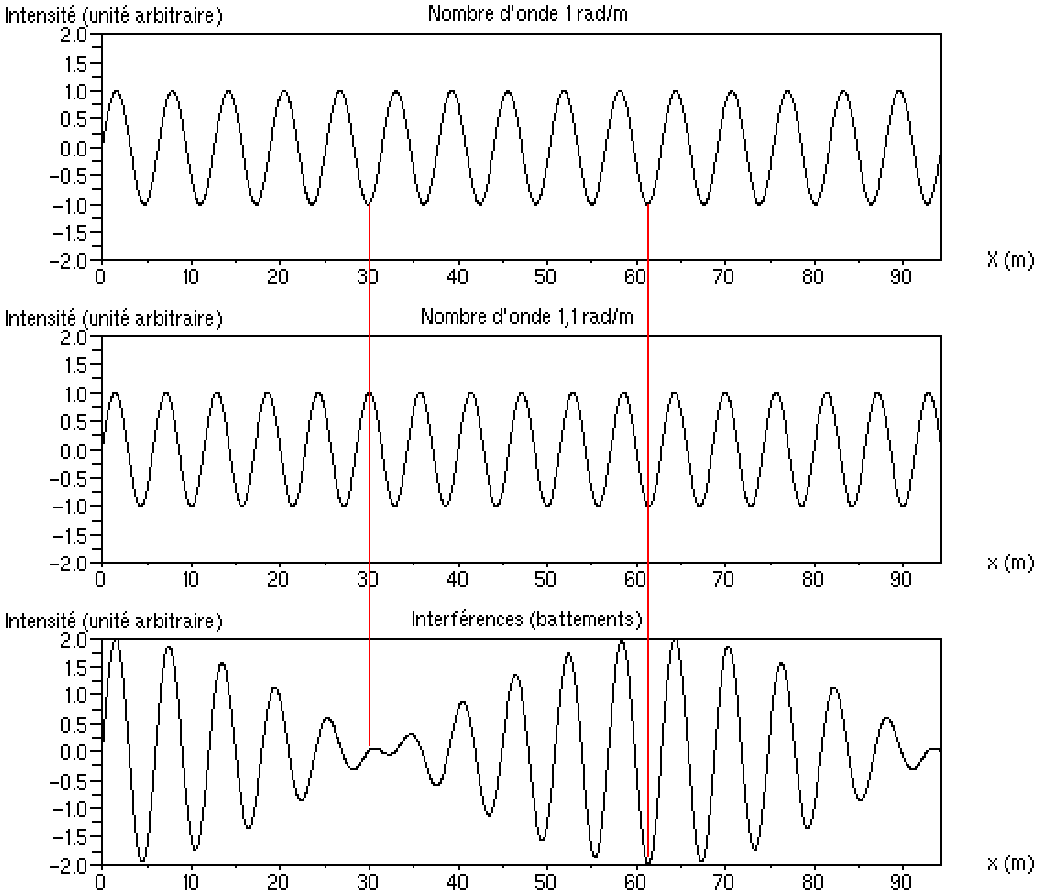
$$\mathrm{I}(x) = \mathrm{I}_0 \cdot (\sin(2\pi \cdot k_1 \cdot x) + \sin(2\pi \cdot k_2 \cdot x))$$

Soit d'après les formules de Simpson: $\sin p + \sin q = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

On obtient donc

$$\mathrm{I}(x) = \mathrm{I}_0 \cdot 2 \cos\left(2\pi \frac{(k_1 - k_2)}{2} \cdot x\right) \cdot \sin\left(2\pi \frac{(k_1 + k_2)}{2} \cdot x\right)$$

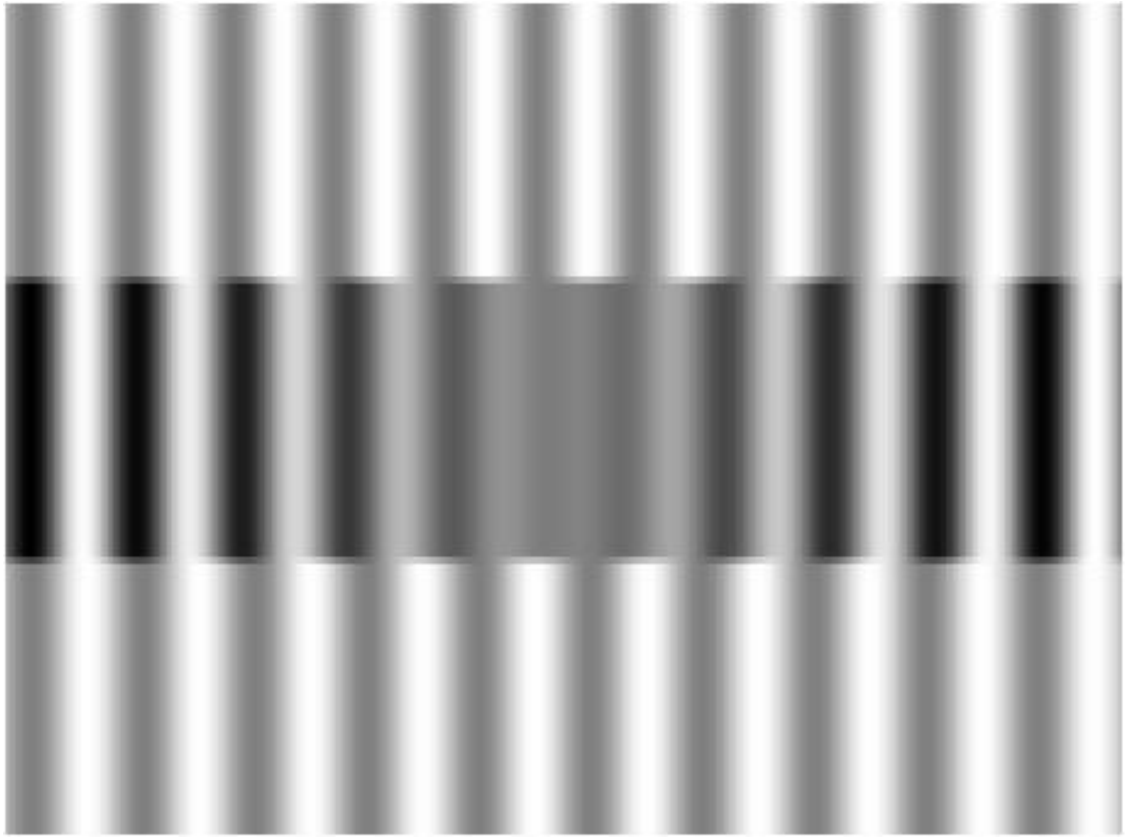
SCHÉMATISATION:



Quand les deux fonctions sont en opposition de phase on observe les franges claires(comme les intensités s'additionnent elles s'annulent) et quand les deux fonctions sont en phase le contraste est élevé et on observe les franges sombres

L'intensité résultante est composée d'une sinusoïde ayant une « fréquence spatiale » (nombre d'onde) élevée qui est la moyenne des fréquences spatiales des deux réseaux, et d'une sinusoïde ayant une fréquence spatiale faible qui est la moitié de la différence des fréquences spatiales des deux réseaux

RÉSULTAT EN IMAGE:



Moiré par interférence de fonctions sinusoïdales