Maths en jeans 1 - 2010-2011

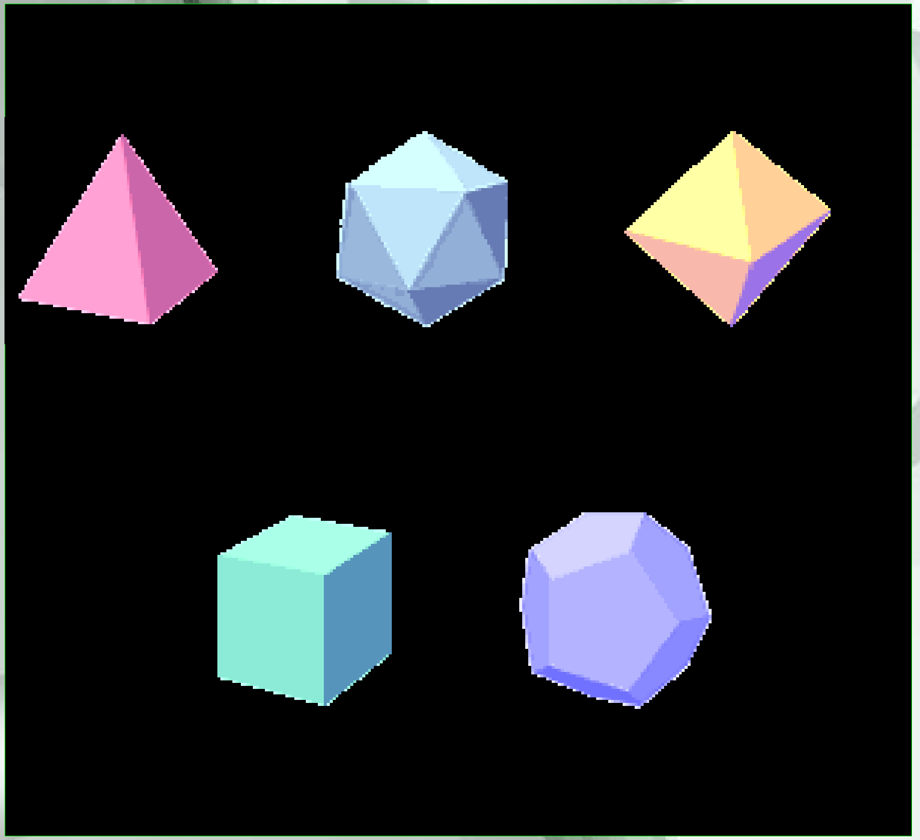
Le Culbuto

Buisson Fabien
Fiol Julian
Julien Anthony

18 mai 2011

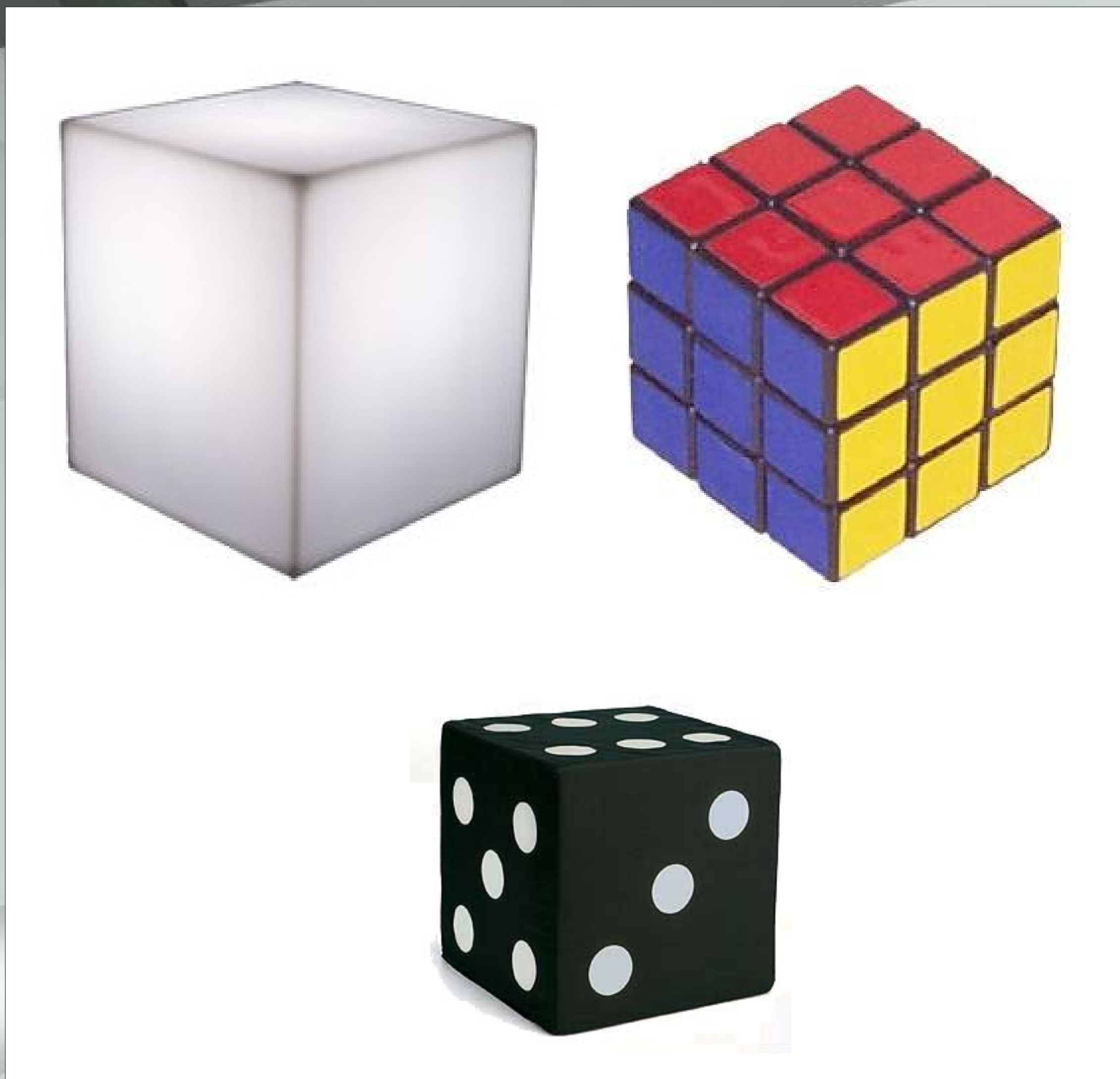
Pourquoi avoir choisit ce sujet ?

La culbute de polyédres



Polyèdres :
Le mot **polyèdre** provient du grec classique *πολύεδρον* (*polyedron*) [de *poly*- = plusieurs et -*hedra* = face].
C'est un solide.

Le cube



Prisme dont toutes les faces sont carrées, il est constitué de

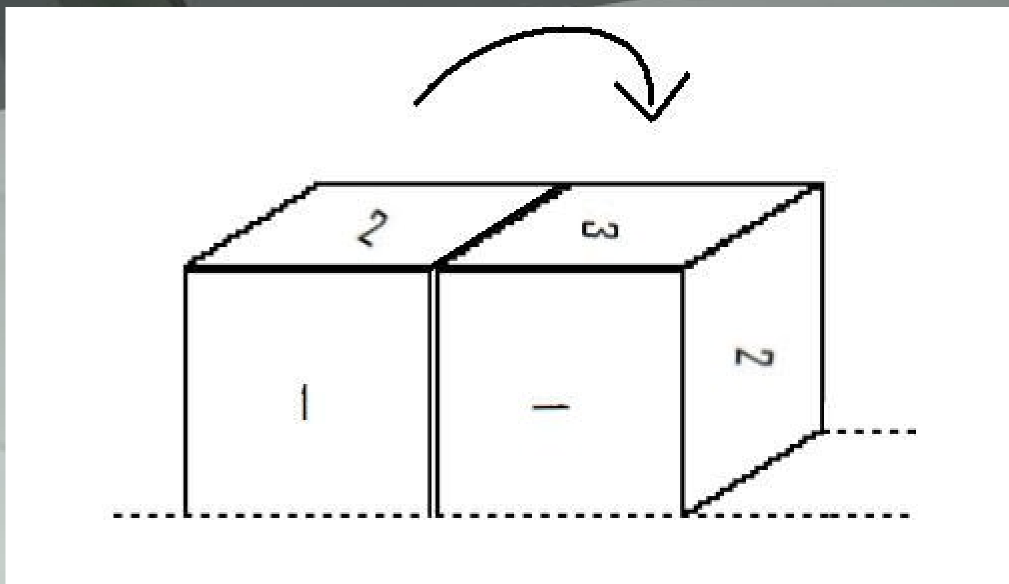
6 faces,
8 sommets,
12 arêtes.

Quel est le principe du culbuto ?

Quel est le principe du culbuto ?

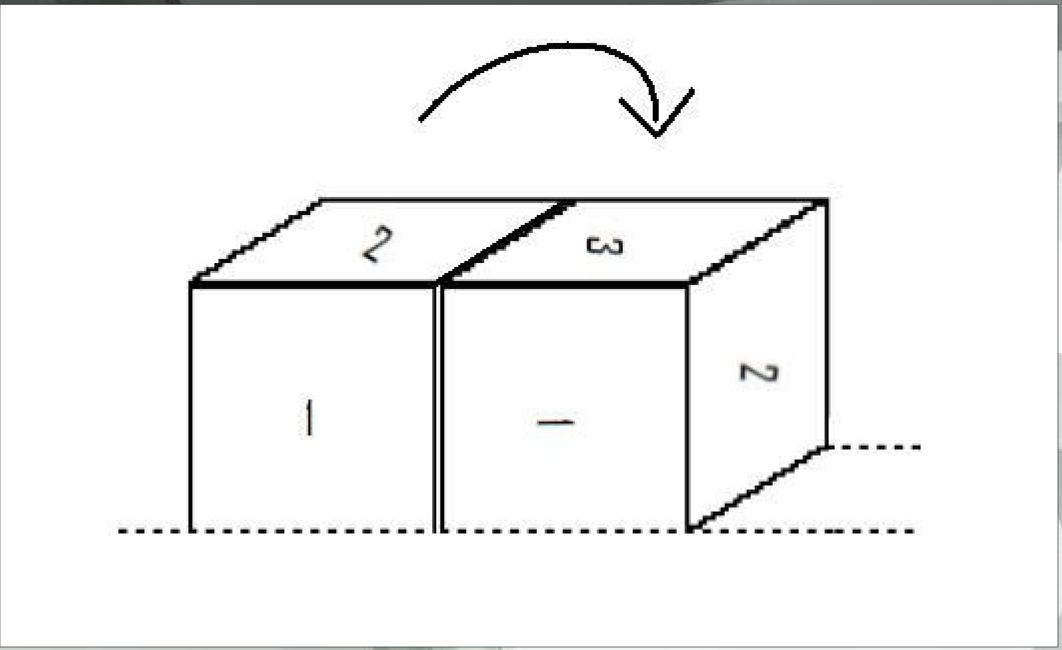
Ce que nous allons étudier est le fait de se déplacer en faisant des « Culbutes »

Quel est le principe du culbuto ?

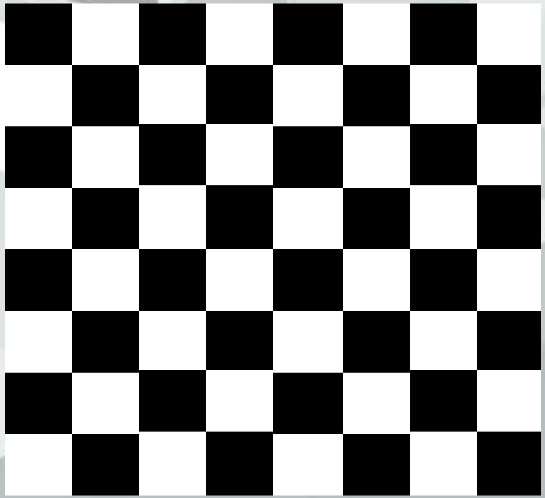


Ce que nous allons étudier est le fait de se déplacer en faisant des « Culbutes »

Quel est le principe du culbuto ?



Ce que nous allons étudier est le fait de se déplacer en faisant des « Culbutes »



On prendra pour repère :
Le Damier

Premier axe de recherche

Les différents chemins dans un damier

Premier axe de recherche

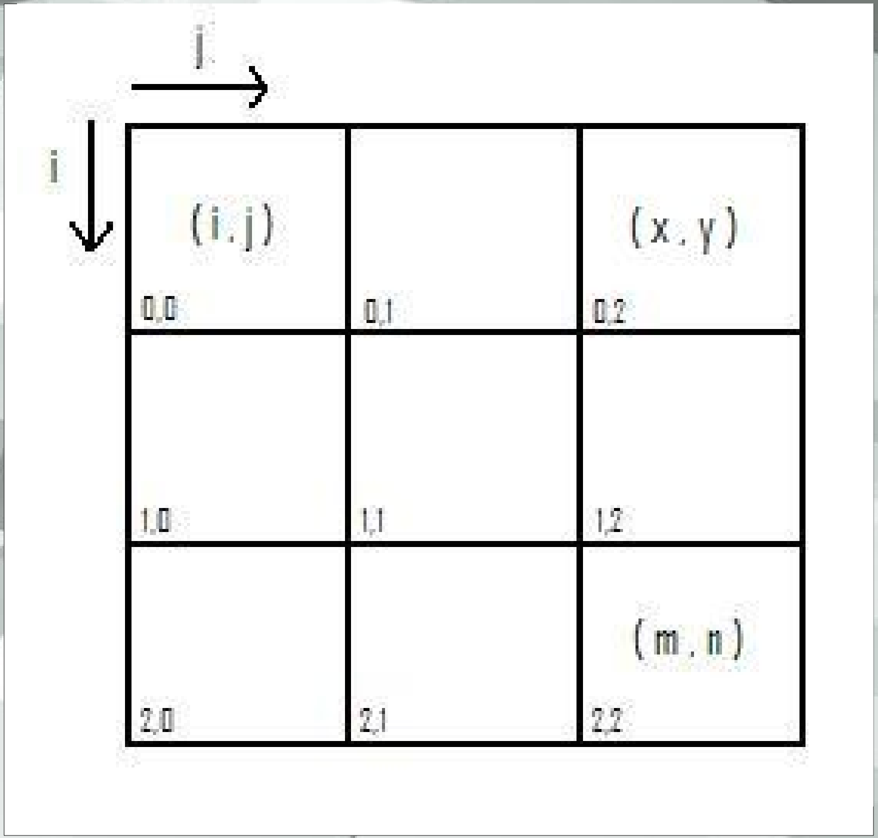
Les différents chemins dans un damier

Comment aller d'une case (i,j) vers une case (m,n) ??

Premier axe de recherche

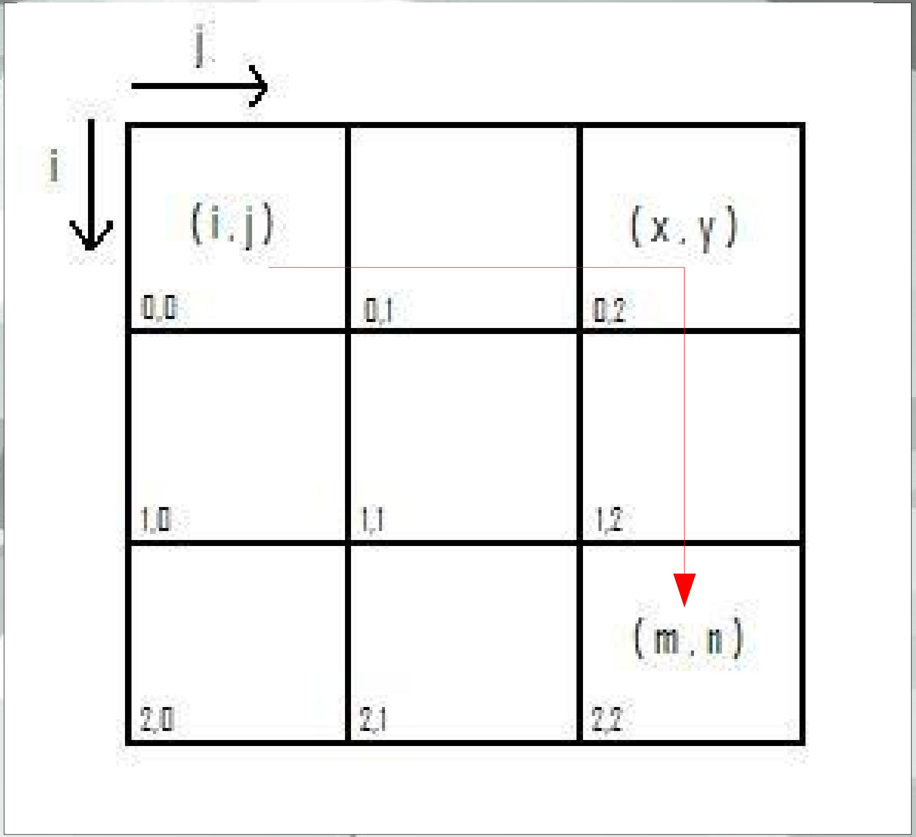
Les différents chemins dans un damier

Comment aller d'une case (i,j) vers une case (m,n) ??



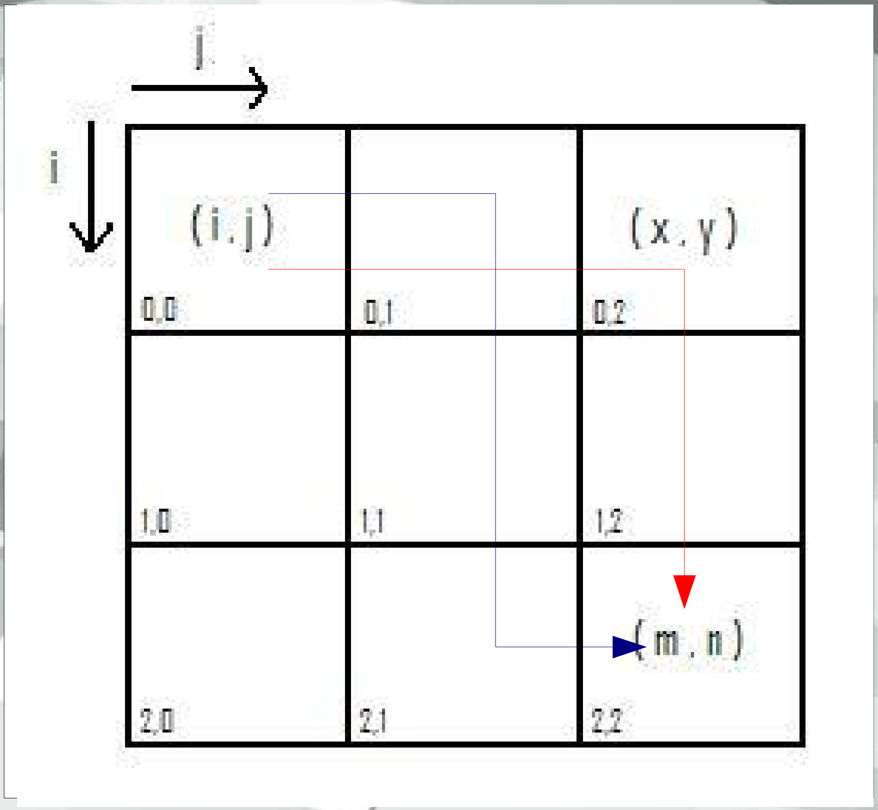
Premier axe de recherche
Les différents chemins dans un damier

Comment aller d'une case (i,j) vers une case (m,n) ??



Premier axe de recherche
Les différents chemins dans un damier

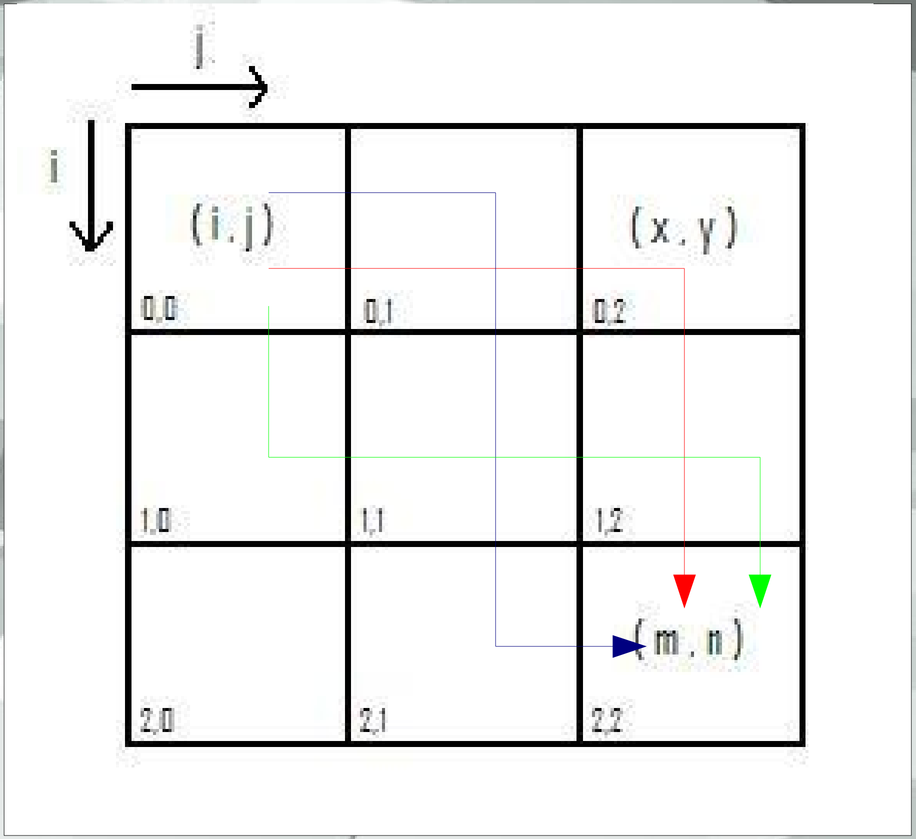
Comment aller d'une case (i,j) vers une case (m,n) ??



Premier axe de recherche

<u>Les différents chemins dans un damier</u>

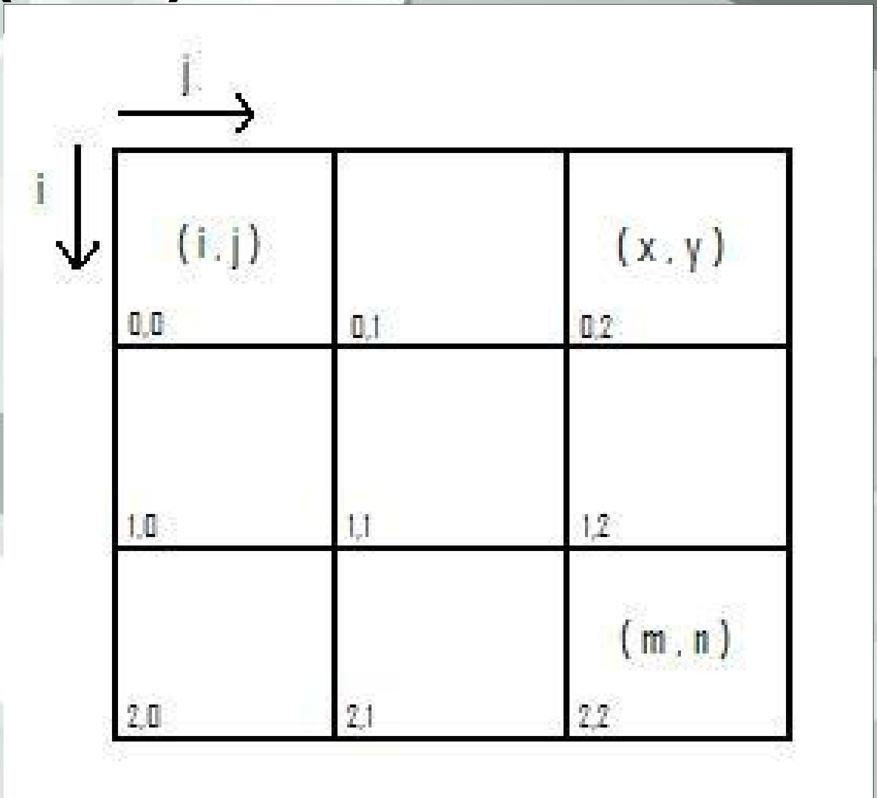
Comment aller d'une case (i,j) vers une case (m,n) ??



Nous sommes arrivés à cette formule qui calcule le nombre de plus court chemins

$$\binom{(m-i)+(n-j)}{m-i} = \binom{(m-i)+(n-j)}{n-j} = \frac{\big((m-i)+(n-j)\big)\,!}{\begin{matrix}(n-j)! \\ \text{ou} \\ (m-i)!\end{matrix} \times \left(\big((m-i)+(n-j)\big)! - \begin{matrix}(n-j)! \\ \text{ou} \\ (m-i)!\end{matrix} \right)}$$

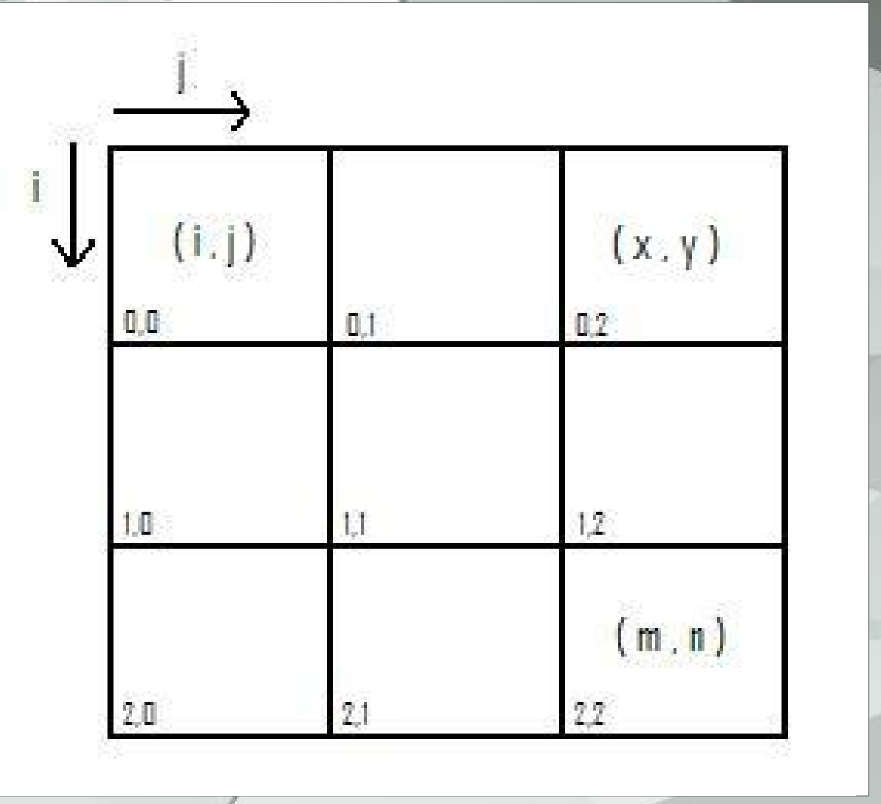
Quel est le chemin le plus court pour aller d'une case (i,j) à une case (m,n) ?



Quel est le chemin le plus court pour aller d'une case (i,j) à une case (m,n) ?

nombre de culbutes minimal

$$\big((m-i)+(n-j)\big)$$

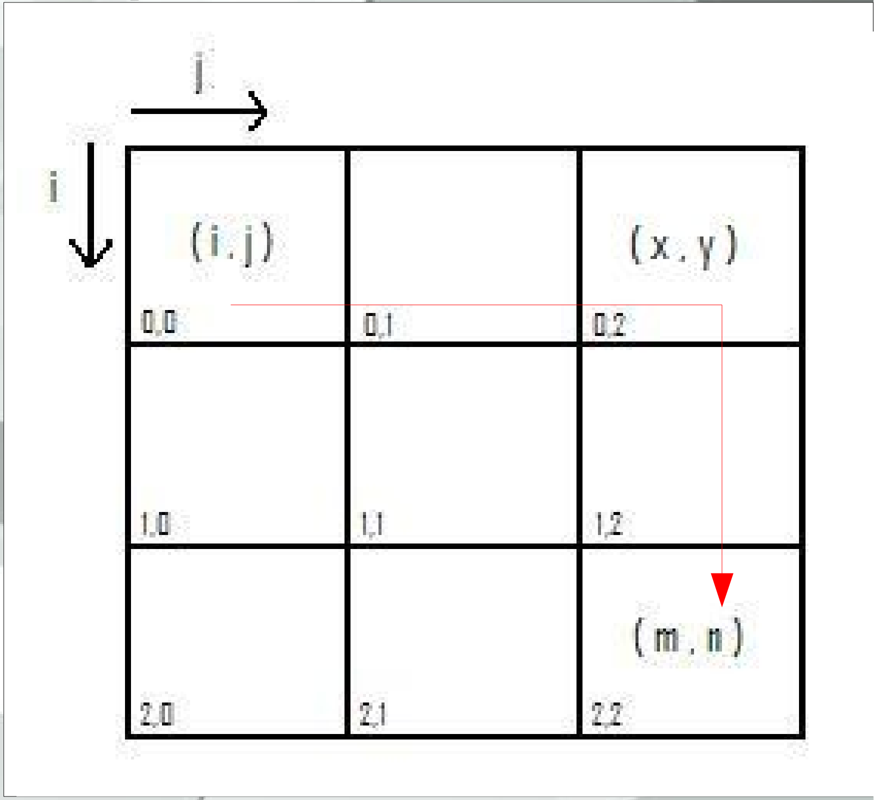


Quel est le chemin le plus court pour aller d'une case (i,j) à une case (m,n) ?

nombre de culbutes minimal

$$((m-i)+(n-j))$$

En passant par une case (x,y)



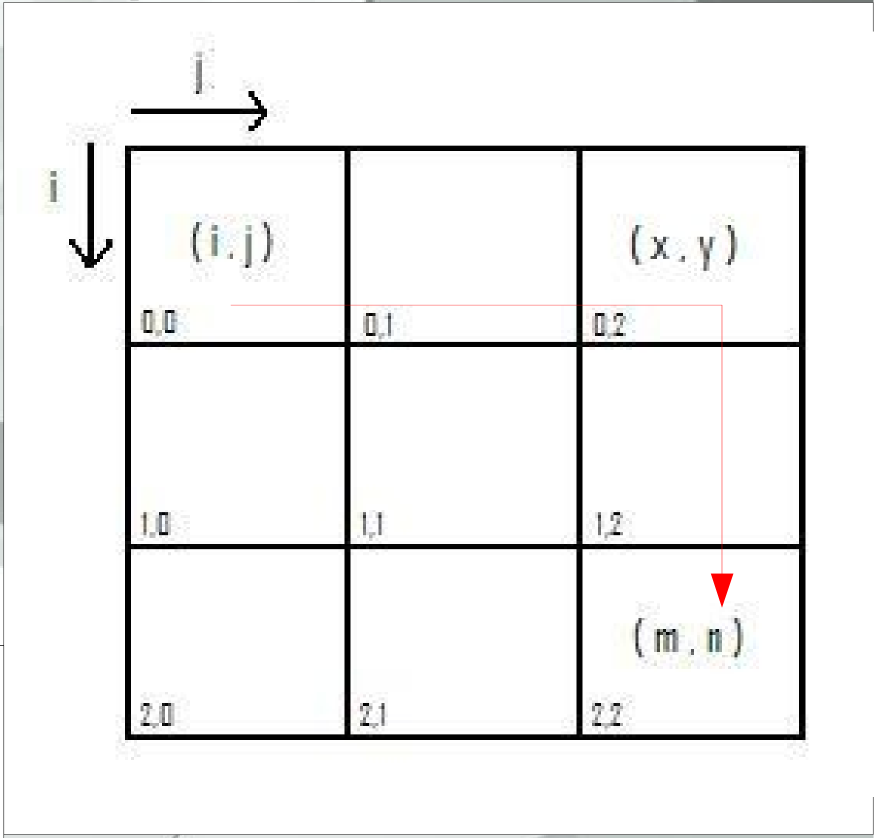
Quel est le chemin le plus court pour aller d'une case (i,j) à une case (m,n) ?

nombre de culbutes minimal

$$\Big((m-i)+(n-j)\Big)$$

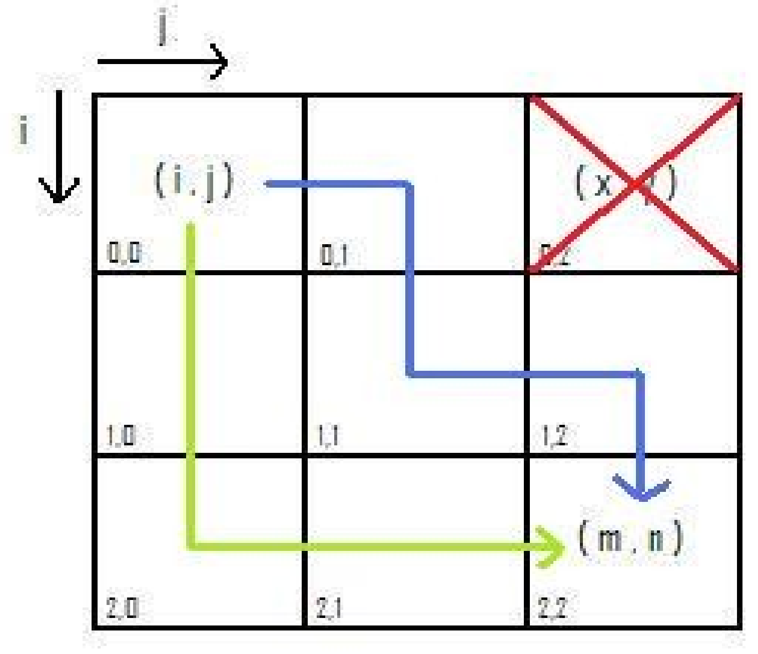
En passant par une case (x,y)

$$\Big((x-i)+(y-j) \;+\; (m-x)+(n-y)\Big)$$



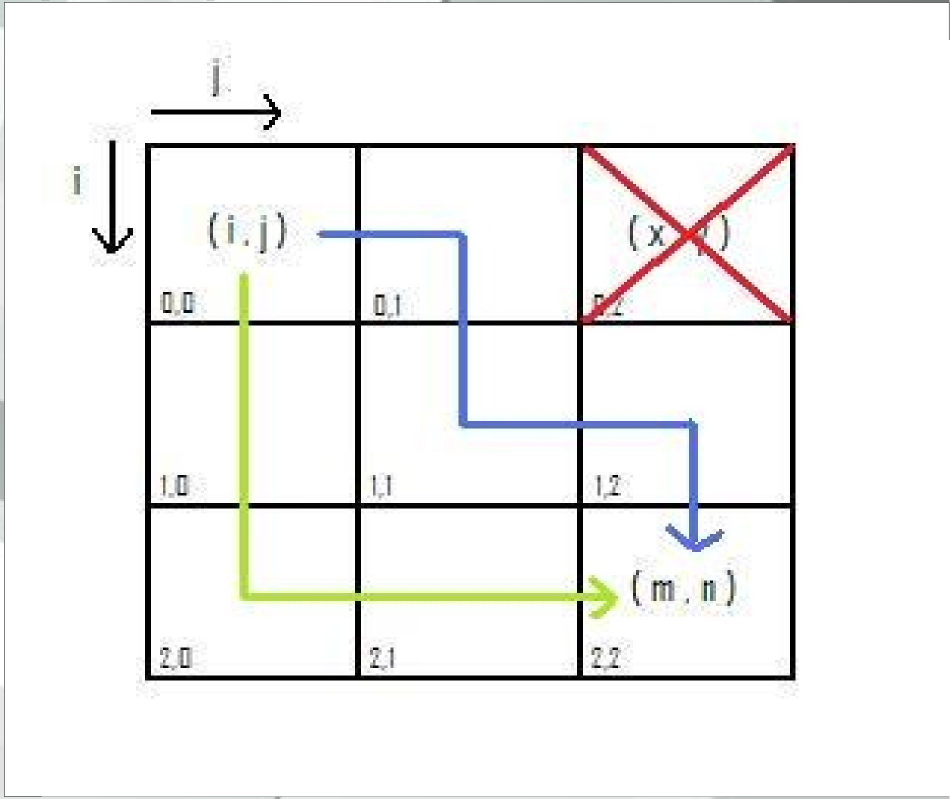
Quel est le chemin le plus court pour aller d'une case (i,j) à une case (m,n) ?

En évitant une case (x,y)



Quel est le chemin le plus court pour aller d'une case (i,j) à une case (m,n) ?

En évitant une case (x,y)



Il y aura toujours un autre plus court chemin en passant ailleurs que par la case bloquée.

Deuxième axe de recherche

Peut-on aller d'une case (i,j) vers une case (m,n) en gardant la même orientation ?

Deuxième axe de recherche

Peut-on aller d'une case (i,j) vers une case (m,n) en gardant la même orientation ?

Nous allons symboliser cela en tant que « glissements »

Il y a deux sortes de glissements :

diagonal ou latéral.

Il y à deux sortes de glissements :

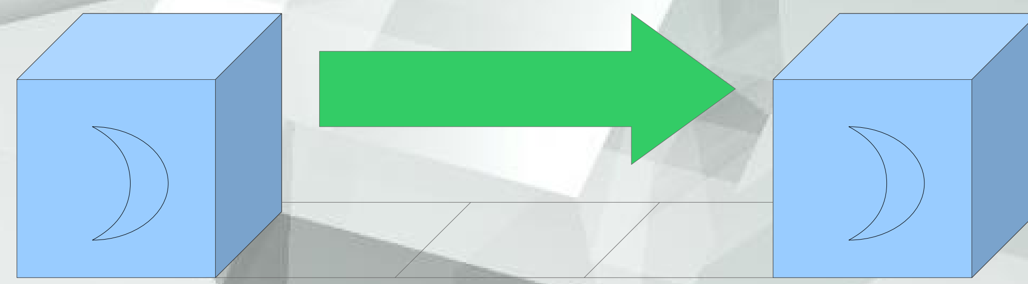
<u>diagonal</u> ou <u>latéral</u>.

Latéral

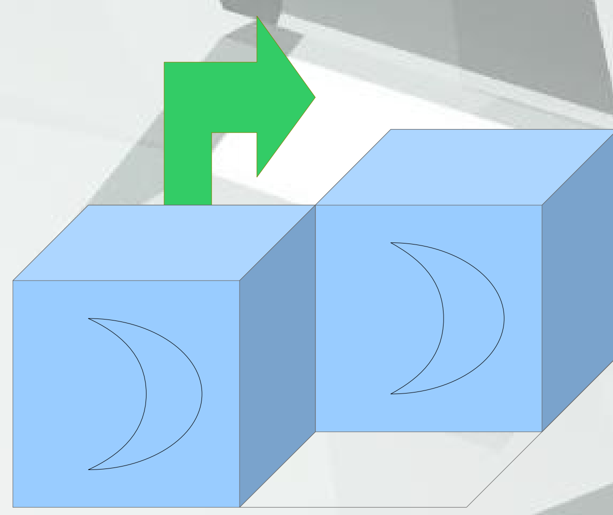
Il y à deux sortes de glissements :

<u>diagonal</u> ou <u>latéral</u>.

Latéral



Diagonal



Il y à deux sortes de glissements :

diagonal ou latéral.

Latéral

On peux simuler un glissement
vers une case qui est à 4
culbutes dans l'une des quatre directions

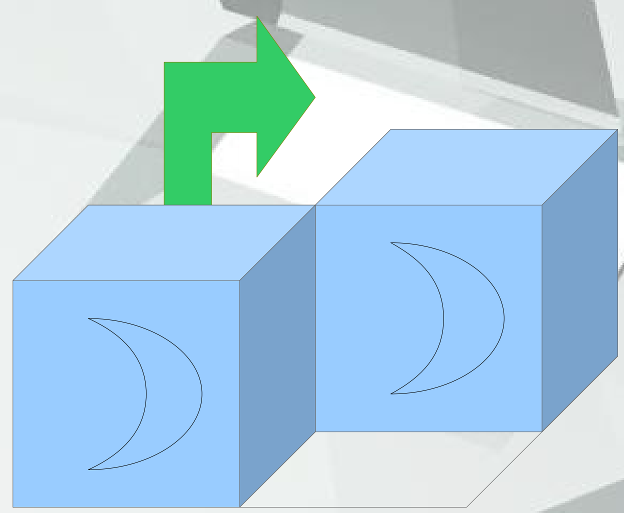
Il y à deux sortes de glissements :

<u>diagonal</u> ou <u>latéral</u>.

(HG): B,G,H,D,H,G.
(HD): B,D,H,G,H,D.
(BG): G,B,D,B,G,H.
(BD): D,B,G,B,D,H.

H = Haut
B = Bas
G = Gauche
D = Droite

Diagonal



Troisième axe de recherche

Partir d'une case (i,j) et y revenir en un nombre de culbutes

Troisième axe de recherche

Partir d'une case (i,j) et y revenir en un nombre de culbutes

Différents termes entre en compte

Aller-retour

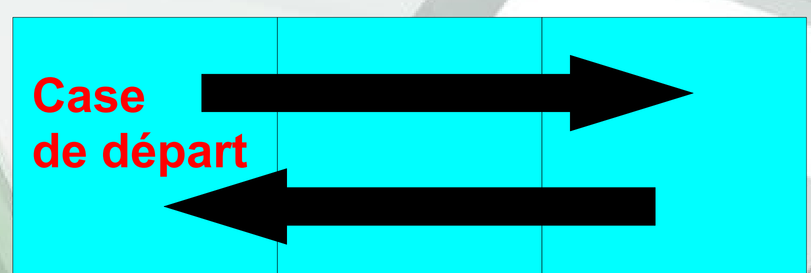
Oscillation

Promenade

Troisième axe de recherche

Partir d'une case (i,j) et y revenir en un nombre de culbutes

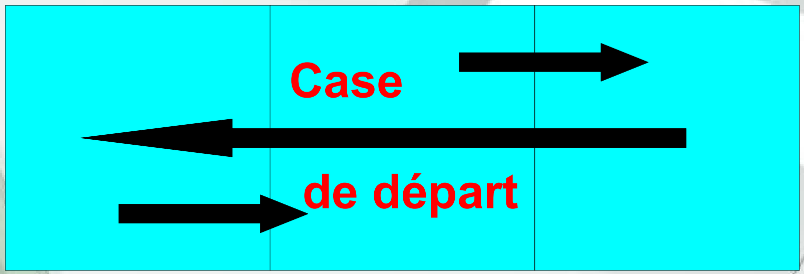
Aller-retour



Troisième axe de recherche

Partir d'une case (i,j) et y revenir en un nombre de culbutes

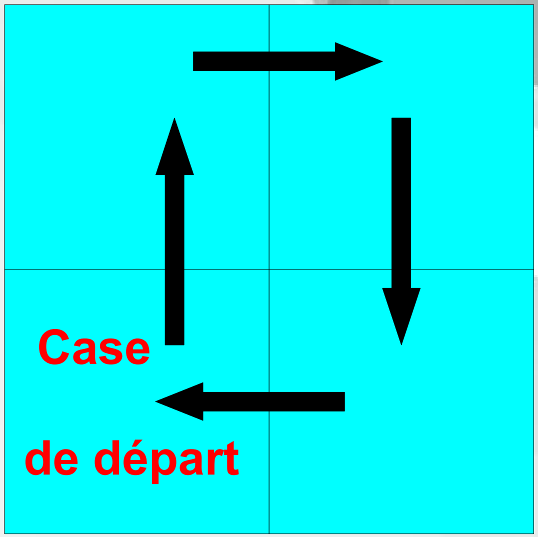
Oscillation

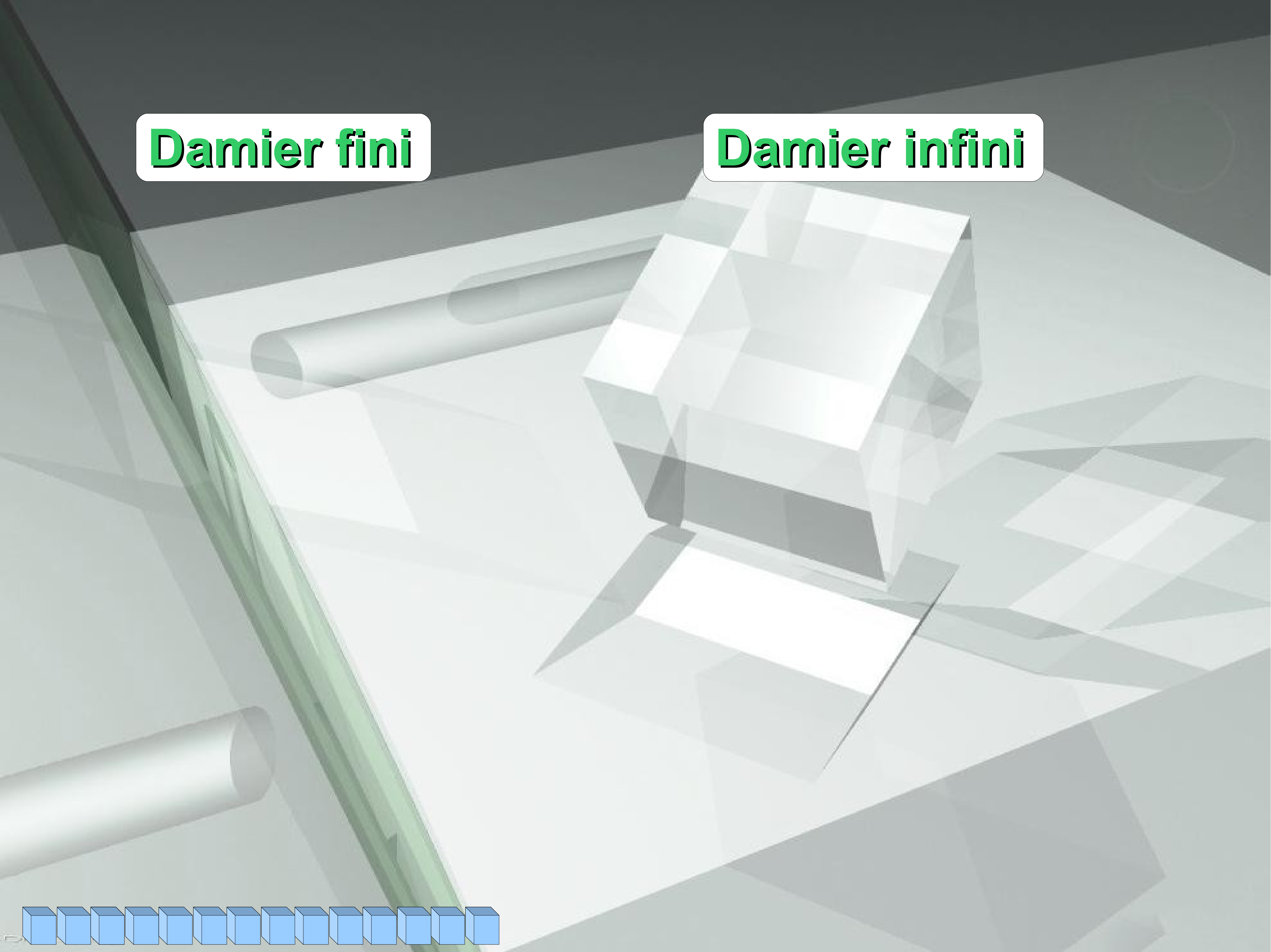


Troisième axe de recherche

Partir d'une case (i,j) et y revenir en un nombre de culbutes

Promenades




Damier fini
Damier infini

Damier fini

Damier infini

Plus simple ??

Damier fini

Damier infini

~~Plus simple ??~~

Des cas sont oubliés

Damier fini

```
fiterd@fiterd-Studio-1735:~/Bureau/MeJ$ ./3x3
Donnez le nombre de coups :
2
il y a 2 solutions
fiterd@fiterd-Studio-1735:~/Bureau/MeJ$ ./3x3
Donnez le nombre de coups :
8
il y a 520 solutions
fiterd@fiterd-Studio-1735:~/Bureau/MeJ$ ./3x3
Donnez le nombre de coups :
9
il y a 0 solutions
fiterd@fiterd-Studio-1735:~/Bureau/MeJ$ ./3x3
Donnez le nombre de coups :
12
il y a 32800 solutions
```

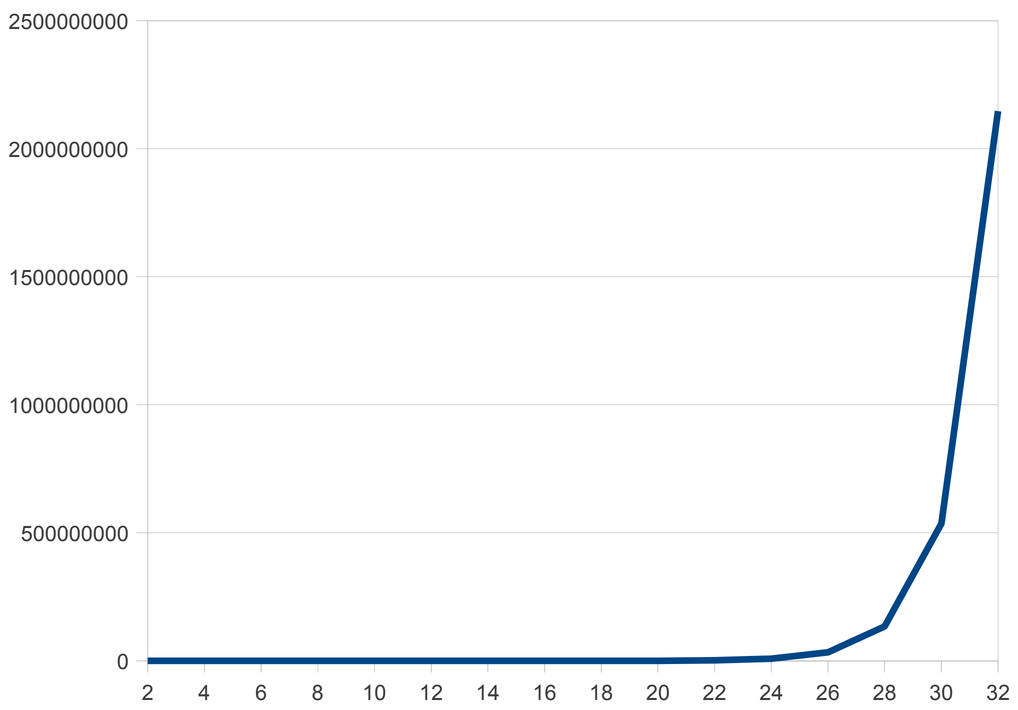
Exemple pour un damier 3x3

Aide informatique

Avec le Langage C

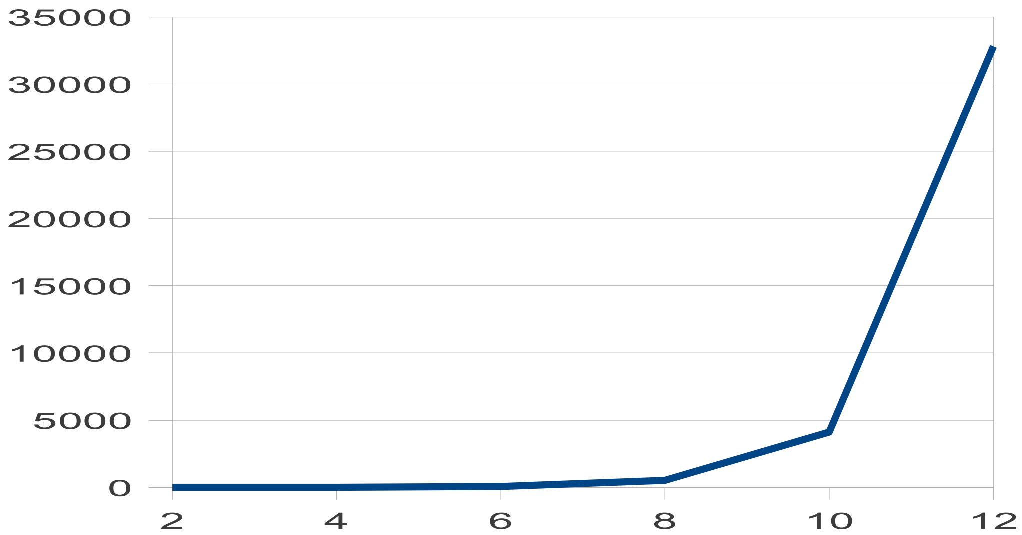
Résultats obtenus

	2x2
2	2
4	8
6	32
8	128
10	512
12	2048
14	8192
16	32768
18	131072
20	524288
22	2097152
24	8388608
26	33554432
28	134217728
30	536870912
32	2147483648
34	**>Uint_Max**

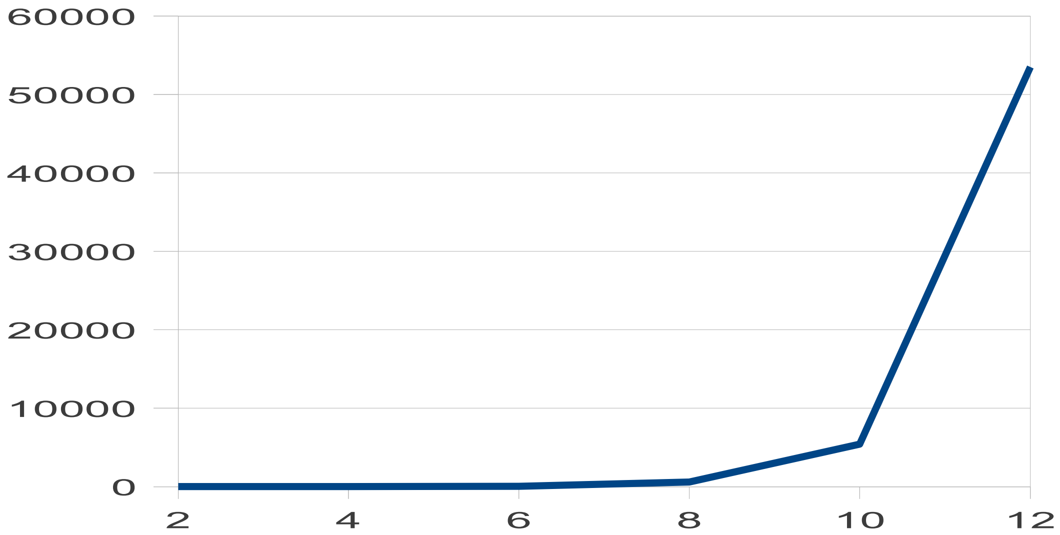


Résultats obtenus

nb culbutes	3x3
2	2
4	10
6	68
8	520
10	4112
12	32800
14	**> Int_Max**



nb culbutes	4x4
2	2
4	10
6	70
8	586
10	5438
12	53506
14	**> Int_Max**



Résultats obtenus

Suite à nos résultats sur un 2x2, on en déduit cette formule :

$$2 \times 4^{\left(\frac{n}{2}-1\right)}$$

Damier infini

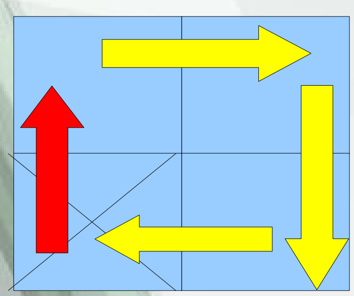
On cherche à avoir le même chemin
à l'aller qu'au retour.

En 2 coups : $U_2 = 4$ (N,S,E,O)
En 4 coups, on se met dans chaque cas du 2 coups, et on élimine les déplacements qui se répètent : $U_4 = 4 \times (U_2 - 1) = 12$

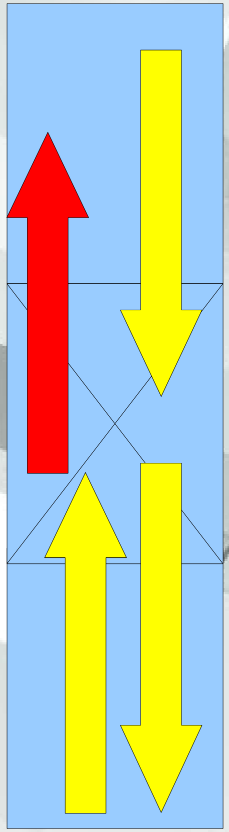
$$U_{2n} = 4 \times (U_{2n-2} - 1)$$

Damiers infinis

Cas oubliés



Promenades



Oscillations

Damiers infinis

Cas oubliés

En vérifiant à la main pour 4 culbutes nous arrivons à 24 chemins en prenant en compte tous les termes employés (oscillations , promenades , aller retour)

A partir de 6 culbutes cela devient difficile de ne pas oublier un cas … nous arrivons à plus de 160 chemins et nous n'avons pas compté les oscillations...

Questions ?