

BUISSON Fabien – Licence Informatique 2ème année

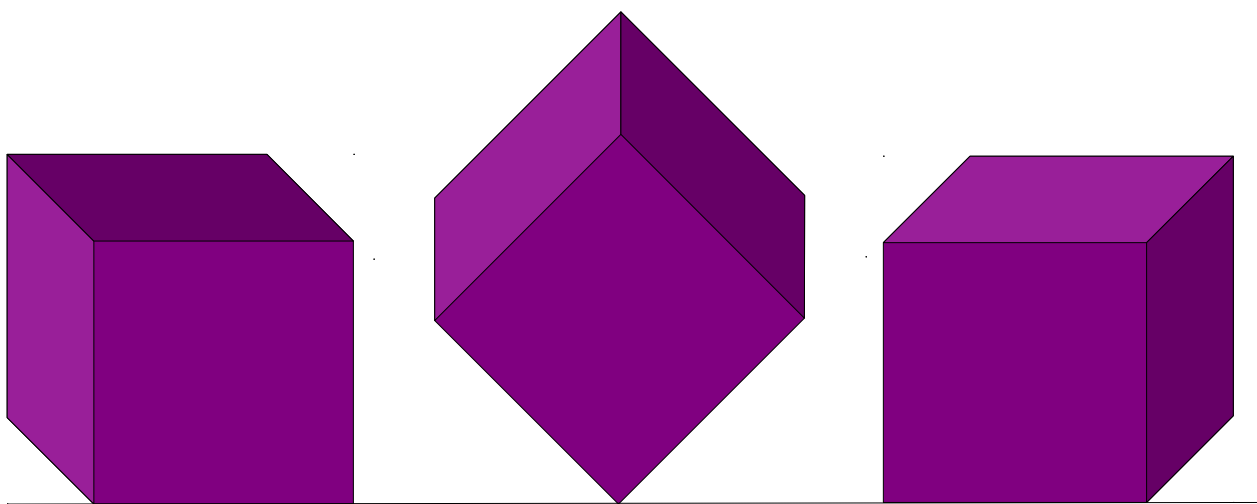
Rapport personnel Maths en Jeans 1 - 2010 – 2011

Enseignants responsables :

Laurent BEDDOU

Christian MAUDUIT

LE CULBUTO



Le 18 mai 2011

SOMMAIRE

1 . Descriptif du Sujet	p.3
2 . Questions Posées	p.4
3 . Méthodologie & Résultats obtenus	p.4
4. Bilan du semestre	p.10
5. Réponse au défi	p.13

Descriptif du sujet

Pourquoi j'ai choisis de travailler sur le culbuto? Ce ne fut pas mon premier choix , le Rubik's cube m'a d'abord plus intéressé car c'est un jeu auquel j'ai déjà joué et qui m'amuse beaucoup . Seulement je pensais que le sujet avait déjà été étudié par beaucoup de personnes et qu'au niveau des recherches je n'avais pas beaucoup d'idées... .

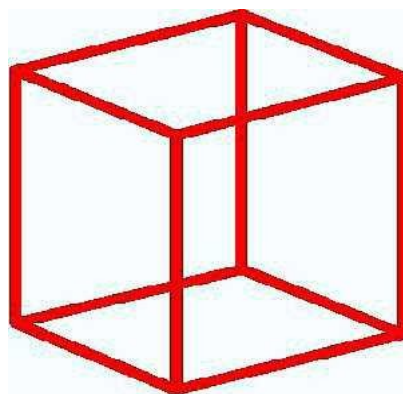
Donc le culbuto fut mon choix final .

Tout d'abord le culbuto m'a surtout rappelé un jouet traditionnel de notre enfance.

Le culbuto qui consistait en un petit personnage dont la base arrondie est lestée de sorte que, même si le jouet est frappé ou renversé, il se redresse toujours et revient à la verticale en oscillant.

Au niveau mathématique du problème je n'avais aucune idée des questions que l'on pouvait se poser à ce sujet donc je m'y suis de plus en plus intéressé .

Après avoir chercher les sortes de formes géométrique existantes et pouvant satisfaire ce système de culbutes , les polyèdres réguliers , le cube fut le choix le plus attractif .



Questions posées

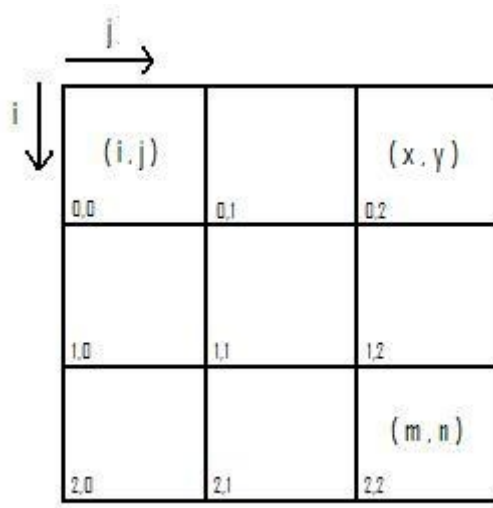
Une grosse partie des recherches fut traité en groupe avec Julian FIOL et Anthony JULIEN

- _ Comment aller d'une case du damier à une autre en réalisant différentes culbutes ?
- Combien y a-t-il de chemins différents ?
- Existe t' il un ou des plus courts chemins d'une case (i,j) à une case (m,n) avec plus ou moins de contraintes?
- Peut-on simuler un glissement sur un damier ?
- Quelles sont les différentes façons d'aller d'un point jusqu'au même avec un nombre de culbute précis ?

Méthodologie et résultats

L'année passé j'ai suivi l'enseignement «Probabilités & Statistiques» et j'ai donc décidé de ressortir mes cours afin de pouvoir voir si mes intuitions d'utiliser les formules de probabilité s'avéraient fondés .

Oui car afin de trouver des formules nous avons eu besoin des notions de dénombrement .



représentation de la numérotation
des cases sur un damier

A partir d'une des formules de probabilité suivante:

$$\binom{n}{p} = \binom{n+1}{p} + \binom{n-1}{p-1}$$

on a:

$$\begin{aligned} \binom{n+1}{p} + \binom{n-1}{p-1} &= \frac{(n-p) \times (n-1)!}{(n-p)p! \times (n-1-p)!} + \frac{p \times (n-1)!}{p \times (p-1)! \times ((n-1) - (p-1))!} \\ &= \frac{(n-p) \times (n-1)!}{p! \times (n-p)!} + \frac{p \times (n-1)!}{p! \times (n-p)!} \\ &= \frac{n \times (n-1)!}{p! \times (n-p)!} = \frac{n!}{p! \times (n-p)!} \end{aligned}$$

Nous avons donc déduit la formule suivante pour aller d'une case (i,j) à une case (m,n):

Le plus court chemins entre une case (i,j) et une case (m,n) est assez évident , il suffit de soustraire les coordonnées respectives des deux cases :

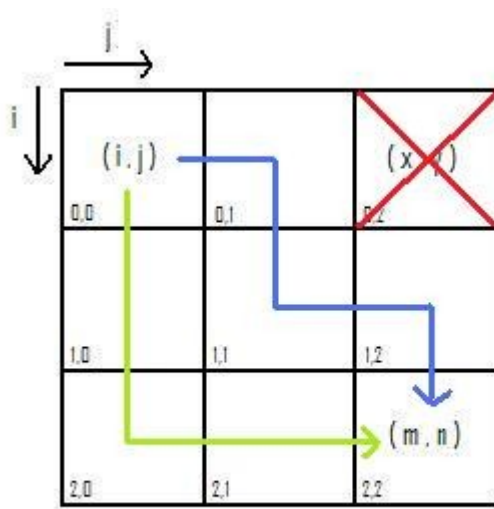
$$\left(\binom{m-i}{p} + \binom{n-j}{q} \right)$$

Le fait d'imposer une case par laquelle le cube doit passer nous donne la fomule suivante:

$$\left(\binom{(x-i)+(y-j)}{p} + \binom{(m-x)+(n-y)}{q} \right)$$

C'est le simple fait d'aller à la case (x,y) depuis (i,j) puis d'aller en (m,n) depuis (x,y).

La question inverse s'est alors posée , en évitant une case (x, y):



A première vue cette questions semblait intéressante mais en réalité non car elle ne sert pas a grand chose,comme il y a plusieurs plus courts chemins d'une case (i,j) vers une case (m,n) , donc même en bloquant une case (x,y) , il y aura toujours un autre plus court chemin en passant ailleurs que par la case bloquée.

A présent l'orientation rentre en compte dans nos dénombrement mais nous nous sommes vite aperçus que nos formules ne servaient plus à rien dans ce cas ...

Nous avons donc chercher si des «glissements» pouvaient alors être réalisés . Un glissement n'est rien d'autre qu'une succession de culbute pour arriver en un point avec le cube dans la même configuration qu'au départ.

Il est possible de simuler un glissement si les cases (i,j) et (m,n) sont sur une même diagonale et/ou sur une même ligne ou colonne mais espacé de 4 cases.

- Pour allez vers le HAUT : H
- Pour allez vers le BAS : B
- Pour allez vers le GAUCHE : G
- Pour allez vers le DROITE : D

Nous avons trouvé sur un ancien rapport maths en jeans une formule qui consistait à réaliser 16 culbutes successives :

D,D,H,H,H,G,G,B,B,D,D,H,H,G,B,B.

Cette formule est complètement fausse, en ayant essayé nous ne retombons absolument pas dans la configuration de départ.

En revanche nous avons trouvé ces glissements:

(HG): B,G,N,D,H,G.

(HD): B,D,H,G,H,D.

(BG): G,B,D,B,G,H.

(BD): D,B,G,B,D,H.

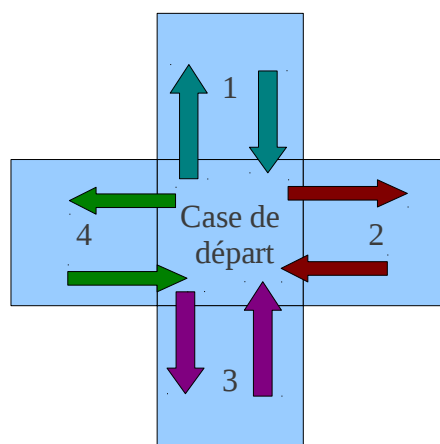
Revenir à la case de départ avec un nombre défini de culbutes:

Une formule fut trouvée ensuite par Anthony en ce qui concerne le fait de revenir à la case de départ:

$$\frac{4 \times (n - 2)}{3}$$

Mais celle-ci s'est avérée fausse car elle oublie les cas de promenades et d'oscillations.

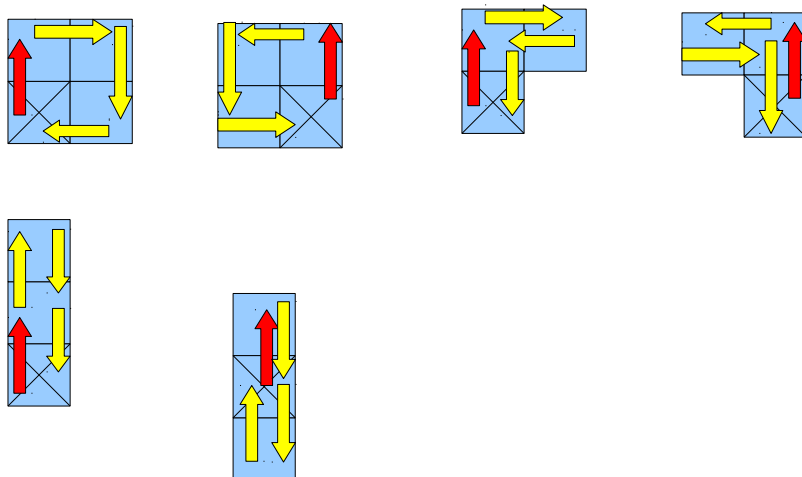
Et ne marche pas pour $n=2$. (on trouve 0 chemins ... alors que logiquement il y en a 4):



J'ai donc décidé de vérifier combien y avait il de chemins possible pour revenir au point de départ en 4 culbutes pour pouvoir faire le lien avec le programme réalisé par Anthony.

J'ai décider de chercher tout les rotations possibles qu'il existe (je travail sur un damier infini) pour ne pas avoir de contraintes de débordements.

Voici les rotations possible en prenant en compte les aller-retour, oscillations et promenades :



Je choisi de définir la première culbute vers le haut (flèche rouge), en choisissant cela il me suffit de multiplier par 4 le résultats pour avoir le nombre total de chemins .

Donc je trouve 6 rotations possible en multipliant par 4 je trouve 24 chemins possibles en 4 culbutes pour revenir au point de départs .

La formule s'avère bien fausse car on aurait trouvé: 8/3 chemins ... illogique

Le fait d'avoir commencé sur des damier finis nous aurait permis de multiplier par 2 nos résultats pour trouver le nombre total de chemin (c'est ce que l'on pensait).

Vérification: pour 4 culbutes (c'est comme si nous avions un damier 3x3 ou plus grand):

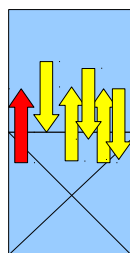
nb culbutes	3x3	4x4
4	10	10

Donc le programme oublie bien certains cas ...

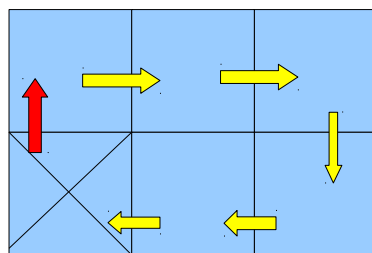
J'ai essayé d'appliquer ma méthode pour énumérer les cas pour 6 culbutes, seulement cela s'avère limite impossible , à la main on a vite fait d'oublier un cas ou de répéter le même .

Je trouve sans prendre en compte les oscillations plus de 40 rotations possibles donc plus de 160 chemins pour 6 culbutes!

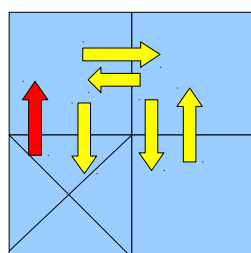
En voici quelques une:



oscillations



promenade



aller-retour

Vérification avec le programme:

nb culbutes	3x3	4x4
6	68	70

En multipliant par 2 ces résultats on obtient 136 ou 140 chemins ... incohérent.

J'ai tenté de me pencher sur le problème des 0 et des 1 mais le temps ne m'en a pas laissé le temps .

Il faudrait traiter seulement 3 cas (avec un 0, deux et trois) car c'est symétrique .

Bilan du semestre

Au vu du choix des matières de mathématique nous concernant (L2 informatique), je ne savais pas vers laquelle m'orienter , Probabilité & Statistique 2 , Algèbre linéaire ou Maths en Jeans 1. J'ai alors regardé les descriptifs de chacune , et pour être honnête le fait qu'il n'y est pas d' examen final m'intrigua . J'ai alors vu qu'il s'agissait d'une matière où l'on avait l'air assez libre et qu'elle faisait appel au travail de groupe . Des connaissances ayant pris cette matière les années passés m'ont dit quelle était très intéressante , ce qui n'est pas faux .

En premier temps le fait d'être libre est assez agréable , pas de contraintes au niveau du travail personnel c'est à nous de gérer au mieux le temps . Ce qui fut assez difficile à gérer au départ car nous n'avons pas pour habitude d'être libre à un tel niveau , nous sommes dans toutes les matières guidé du début à la fin .

Ce qui est un point positif pour apprendre à travailler comme bon nous semble pour la vie professionnelle (un patron ne nous donnera jamais une liste de choses à réaliser , juste un objectif et à nous de nous débrouiller) .

Il est vrai qu'au départ l'ambiance est un peu trop prise à la légère , deux heures de cours suivit de deux heures de travaux en groupe (TD) , et je m'en suis rendu compte au fur et à mesure du semestre qu'il fallait fournir un travail régulier tout au long de l'unité d'enseignement .

Les cours furent intéressants et bien dirigés , je n'ai pas eu l'impression d'assister à un cour d'amphi ou l'enseignant est là pour rabâcher son cour et nous prendre des notes .

Cette méthode nous permet d'apprendre et d'acquérir des connaissances sans avoir l'impression de suivre un cour sur photocopié .

La liberté , ce fut le point le plus positif mais qui a aussi des inconvénients . Le fait de ne pas tout le temps savoir si nos recherches sont positives ou négatives ...

Il faut savoir gérer ce genre de travail car chacun a ses propres caractéristiques et des fois les mésententes se font sentir , il faut savoir garder son calme et accepter autrui.

Parfois ce fut difficile car discuter avec quelqu'un qui pense que ce qu'il fait est toujours mieux que les autres est assez pesant .

Un des points qui m'a le plus étonné aussi , c'est qu'au cour d'un enseignement on a assisté a des conférences sur les mathématiques par des chercheurs , mais aussi on a pu assister aux projet « hippocampe maths » des élèves de lycée .

J'ai moi même participé à un projet hippocampe au lycée , je viens du lycée Saint Exupéry de Marseille et j'ai participé au projet hippocampe Biologie sur le site de luminy (pas maths c'était une autre classe qui s'occupait de ce projet) et je trouvais cette méthode d'apprendre en groupe et de pouvoir présenter nos projets devant des étudiants de fac ou même devant des professeurs et chercheurs très enrichissantes .

De plus les travaux présentés cette année ,particulièrement ceux sur les codes correcteurs furent très intéressants car en « Fondements de l'informatique » nous les avons étudiés . De voir des jeunes de lycée travailler dessus m'a permis de voir que ce n'est pas qu'à la fac que l'on s'intéresse à plus de choses mais à n'importe quel niveau d'étude si on a la motivation que ce soit au niveau des élèves mais aussi des professeurs.

La conférence sur les maths babylonienne m'a beaucoup surpris car ne connaissais pas du tout ce sujet et la chercheuse qui a tenu la conférence a réussi à rendre cette conférence très intéressante! Elle avait l'air d'être incollable sur le sujet.

Pour revenir à l'organisation de la matière , je trouve que deux heures par semaine ne suffissent pas forcément car plusieurs fois , les professeurs passent un peu plus de temps avec des groupes qui avancent très bien ou au contraire sont en retard , et les autres groupes n'arrivent pas à voir le professeur durant ces heures prévues, ou rapidement à la fin (Cela nous est arrivé) .

Le travail de groupe m'a beaucoup enthousiasmé car c'est rare que dans les matières on travail en groupe tout au long du semestre sur un sujet aussi grand et vague . Beaucoup de questions traversent l'esprit de chaque membre et le fait d'en parler ensemble nous a permis de voir lesquelles étaient vraiment intéressantes et lesquelles moins . Après l'avis des professeurs nous a aussi beaucoup aidé pour pouvoir avancer sans vraiment perdre pied .

Pouvoir s'affirmer au seins d'un groupe pour prouver pourquoi nos questions sont plus intéressantes que celles des autres membres demander de très bonnes raisons et surtout montrer que l'on a cherché .

Ce genre de recherche nous permet aussi de s'affirmer devant un public professionnel, ce qui je pense manque à beaucoup d'étudiants sortis du cursus universitaire lorsqu'ils se retrouvent lancés dans la vie active professionnelle.

Donc en conclusion je recommande cette matière aux élèves sachant s'affirmer et surtout motivé pour la recherche , c'est une très bonne expérience pour tous . Par exemple pour moi la recherche n'est pas mon objectif et je l'ai vite compris mais le travail de groupe motive énormément! Cette matière m'a servit pour apprendre à mieux travailler en groupe .

Compte rendu des présentations réalisées par les élèves de lycée.

Le compte rendu sur les présentations concernant les codes correcteurs d'erreur vous a été remis en cour (rapport de 3pages environ).

Réponse au défi

UN HOMME À LA MER

Deux bateaux, l'Albatros et le Bikini, se déplacent sur un plan d'eau à la vitesse de 35 km/h. Ils suivent deux droites différentes qui sont perpendiculaires. Ils se dirigent vers leur point de concours.

L'albatros se trouve à 6,5 km de ce point, et le Bikini à 24 km.

Un homme veut plonger de l'Albatros pour nager vers le Bikini à la vitesse de 1,5 km/h.

Dans combien de minutes devra-t-il plonger afin de nager le moins longtemps possible ? Vous répondrez en arrondissant au plus près et, si nécessaire, vous prendrez $\div 2 = 99/70$.

Voici un schéma pour mieux comprendre:

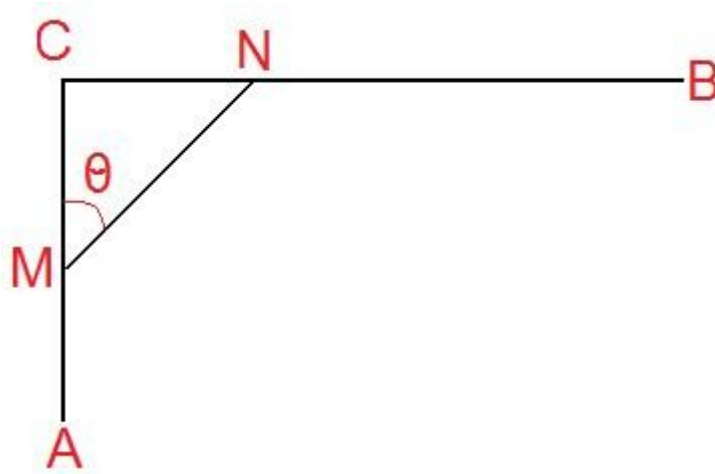
Albatros = A.

Bikini = B.

Point de rencontre = C

Point de départ du nageur = M

Point d'arrivée du nageur = N



Notons A et B les positions initiales des bateaux Albatros (A) et Bikini (B), C le point de rencontre de leurs trajectoires.

Posons:

$$d = MN$$

et

$$\theta = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN})$$

Rappelons que $AC = 6,5$ et $BC = 24$.

Entre la situation initiale et l'instant où le nageur rejoint le Bikini (B), il s'est écoulé:

$$\frac{6,5 - d \cos \theta}{35} + \frac{d}{1,5} = \frac{24 - d \sin \theta}{35}$$

d'où:

$$d = \frac{105}{140 + 6(\sin\theta - \cos\theta)}$$

Or, $\sin\theta - \cos\theta = \sqrt{2}\sin(\theta - \pi/4) \leq \sqrt{2}$,

l'égalité ayant lieu si et seulement si $\theta = (3\pi/4)$

Ainsi

$$d_{min} = \frac{105\sqrt{2}}{140\sqrt{2}+12} \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$$

et le temps d'attente avant de nager vaut

$$\frac{13+d_{min}\sqrt{2}}{70} \approx \frac{1}{5}$$

soit 12 minutes.