BUISSON Fabien - JULIEN Anthony - FIOL Julian

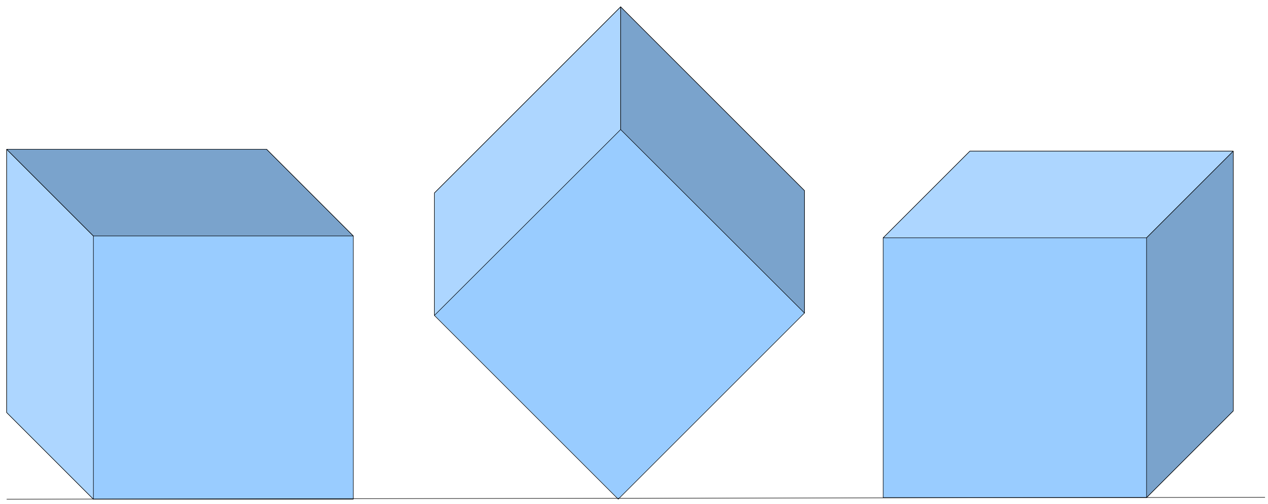
Rapport Commun Maths en Jeans 1 - 2010 – 2011

Enseignants responsables :

Laurent BEDDOU

Christian MAUDUIT

LE CULBUTO



BUISSON Fabien - L2 Info

JULIEN Anthony - L2 Info

FIOL Julian - L2 Info

Le 18 mai 2011

SOMMAIRE :

Descriptif du sujet :

Présentation des différents sujets :

1. Les Lacets de Chaussures : comment décrire proprement un beau lacet de chaussure, le modéliser par des règles...
2. Les Suites Symboliques
3. Le Rubik's cube : étude du 2x2, 4x4,... nombre de faces/dimensions/formes différentes.
4. Le Culbuto
5. Le Flexagone : forme géométrique construite à partir d'une bande de papier.
6. Le Moirage : contraste changeant avec la déformation d'un objet.
7. L'Origami Modulaire : créer des modèles en pliant plusieurs éléments, et les assembler pour constituer le modèle fini.

A la présentation des différents sujets, nous n'étions pas tous d'accord, une personne aurait préférer travailler sur le rubik's cube tandis que les 2 autres voulait le culbuto.
Nous nous sommes donc mis d'accord pour travailler sur ce dernier.

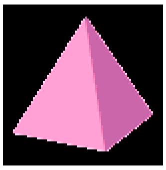
Tout d'abord, pour nous, le culbuto nous a surtout rappelé un jouet traditionnel de notre enfance. Le culbuto qui consistait en un petit personnage dont la base arrondie est lestée de sorte que, même si le jouet est frappé ou renversé, il se redresse toujours et revient à la verticale en oscillant.

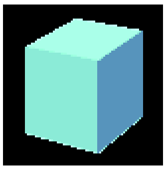
figurine de culbuto

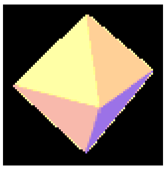
Mais finalement le sujet proposé n'avait à proprement dit aucun rapport avec ça et consiste à jouer avec la culbute de polyèdre, qui est une forme géométrique à trois dimensions ayant des faces planes polygonales qui se rencontrent selon des segments de droites qu'on appelle arêtes.

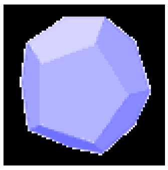
Le mot **polyèdre** provient du grec classique *πολύεδρον* (*polyedron*)
[de *poly-* = plusieurs et -*hedra* = face].
C'est un solide.

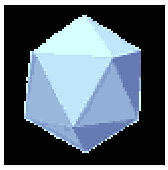
Connus dès la plus haute Antiquité et décrits notamment par Platon, cinq polyèdres présentent un intérêt tout particulier. Ce sont **les seuls** *polyèdres réguliers* : ils ont le même aspect, quelque soit la face sur laquelle on les pose. Ces formes peuvent donc servir de dés parfaitement équitables.


tétraèdre (4faces)

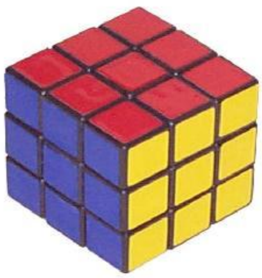

cube (6 faces)


octaèdre (8 faces)


dodécaèdre (12 faces)


icosaèdre (20 faces)

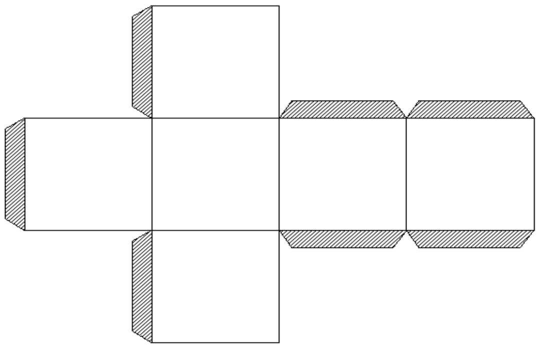
Aprés avoir observé les différents polyèdres réguliers nous nous sommes concentrés sur le cube car il nous paraissait le plus intéressant à étudier dans la mesure où c'est la forme que l'on utilise le plus souvent sous forme de dés, le rubik's cube, des boites ou n'importe quel autres objets de la forme d'un cube.



Pour ramener le cube au sujet du culbuto il faut définir certains termes :

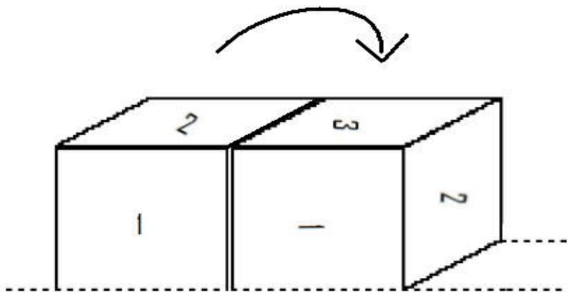
- le **cube** : c'est un prisme dont toutes les faces sont carrées constitué de 6 faces, 8 sommets, 12 arêtes.

Pour nous aider on a construit un cube en papier suivant le patron ci-dessous.



patron d'un cube

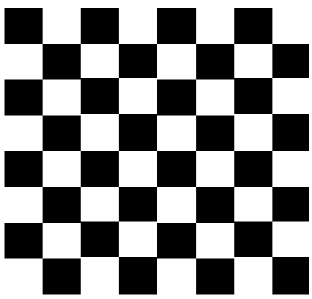
- un **culbuto** ou une culbute : Le culbuto est une rotation d'un cube d'un angle de 90° autour d'une des arêtes de la face posée sur le plan, suivant un sens choisi.



une culbute de 90° sur la droite

Pour faciliter la représentation d'une culbute on utilisera un damier :

- un **damier** : un motif décoratif constitué de l'alternance régulière de carrés de 2 couleurs (pas forcément utile dans notre sujet).



damier 8x8 (échiquier)

A partir de notre cube et d'un damier nous avons commencé à ce poser diverses questions en relation avec celui-ci.

Questions posées:

Nous avons choisis de chercher des questions en rapport avec les chemins dans le damier.
Pour cela nous avons voulus en tout premier lieux étudier tout les déplacements menant d'un point A à un point B avec plus ou moins de contraintes .

Donc nous cherchons en premier temps de calculer de façon logique le nombre de chemins qu'il y a pour aller d'un point A à un point B.

Ensuite nous avons choisit de calculer le plus court chemins entre un point A et un point B du damier .

Puis nous avons voulu se mettre des contraintes afin que les recherches soient plus intéressantes.
On souhaite toujours chercher le plus court chemin d'un point A à un point B mais en passant par une case (x, y) imposée.
Ensuite nous nous sommes demandés si on pouvait trouver le plus court chemin d'un point A à un point B en , cette fois ci , évitant une case (x, y) imposée .

On a voulu par la suite se préoccuper de l'orientation sur les faces du cube . Donc on s'est posé une question: peut on aller d'un point A à un point B en gardant la même orientation que la face de départ sur la face d'arrivée?

Après ces questions assez basiques on a voulu savoir si on pouvait simuler un «glissements» d'une case A vers une case B du damier .
Nous symbolisons ce «glissement» par une succession de culbutes.
Nous pensions à ce moment là que cette question nous faciliterait les choses afin de pouvoir répondre à d'autres questions plus tard.

Nous avons aussi pensé utilisé le problème du culbuto pour l'appliquer à la coloration de graphes , plus précisément pour savoir si un graphe est 3-COLORABLE . Nous avons étudié ces problèmes dans la matière «Fondements de l'informatique» donc nous pensions pouvoir faire un lien entre ces deux problèmes .

Enfin nous avons décidé de baser nos recherches, non plus sur les chemins pour aller d'un point A à un point B, mais cette fois ci pour aller d'un point A à un point A .
Nous pensions d'abord à un simple problème d'aller-retour mais il s'avérait plus complexe que ça.

Donc nous avons voulut savoir s'il y avait un nombre de culbutes minimum pour arriver à cela.

S'il y avait une combinaison particulière pour arriver à répondre à cette questions, nous parlons de combinaisons comprenant des nombres PAIRS et/ou IMPAIRS de culbutes.

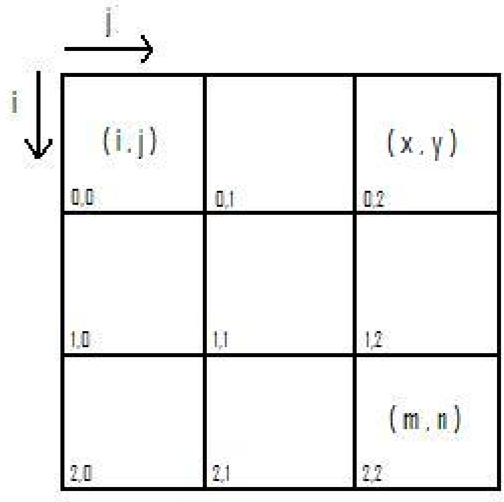
Peut on revenir à une position de départ (x, y) avec un nombre de culbutes précis?
Sur des damiers infinis ou des damiers finis .

Notre but est donc de partir d'un point A et de revenir à ce même point avec un nombre de culbutes voulu .

D'autres questions nous ont aussi traversé l'esprit:

- Peut on remplir une grille avec un nombre précis de 0 et 1 placés sur les faces du cube (lorsque la face marquée d'un 0 est contre le damier , la case du damier prend la valeur 0, idem pour les 1).
- Quelle est la probabilité que deux cubes placés en (x1, y1) et (x2, y2) se «percutent» (se rencontrent) dans un damier .

Résumé des résultats :



représentation de la numérotation
des cases sur un damier

Nombres de plus courts chemins d'une case (i,j) vers une case (m,n) :

$$\binom{(m-i)+(n-j)}{m-i} = \binom{(m-i)+(n-j)}{n-j} = \frac{\big((m-i)+(n-j)\big)\,!}{\substack{(n-j)\,! \\ \text{ou} \\ (m-i)\,!} \times \left(\big((m-i)+(n-j)\big)! - \substack{(n-j)\,! \\ \text{ou} \\ (m-i)\,!} \right)}$$

Le plus court chemins entre une case (i,j) et une case (m,n) :

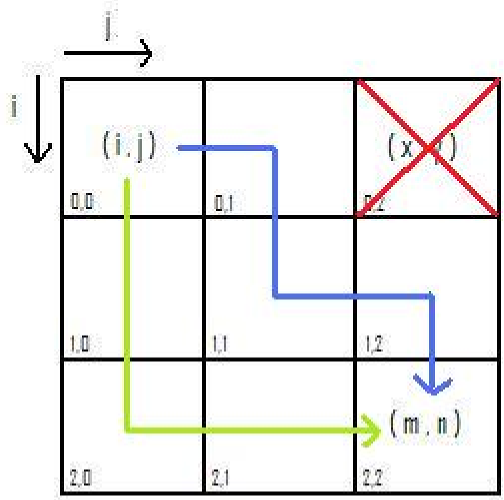
$$\big((m-i)+(n-j)\big)$$

Le plus court chemin d'une case (i,j) vers une case (m,n) mais en passant par une case (x, y) imposée :

$$\big((x-i)+(y-j) \ + \ (m-x)+(n-y)\big)$$

On calcule le plus court chemin de (i,j) à (x,y) puis de (x,y) à (m,n).

Le plus court chemin d'une case (i,j) vers une case (m,n) en évitant une case (x, y) imposée :



Il y a plusieurs plus courts chemins d'une case (i,j) vers une case (m,n) , donc même en bloquant une case (x,y) , il y aura toujours un autre plus court chemin en passant ailleurs que par la case bloquée.

Peut-on aller d'une case (i,j) vers une case (m,n) en gardant la même orientation :

Il est possible de simuler un glissement si les cases (i,j) et (m,n) sont sur une même diagonale et/ou sur une même ligne ou colonne mais espacé de 4 cases.

Le ou les différents glissements possibles :

Nous utilisons les repères suivant

- Pour allez vers le HAUT : H
- Pour allez vers le BAS : B
- Pour allez vers le GAUCHE : G
- Pour allez vers le DROITE : D

N'oublions pas que nous voulons conserver l'orientation du symbole sur la face du dessus.

Nous partons d'une case A et nous voulons aller à sa case diagonale en Haut à Droite (HD)

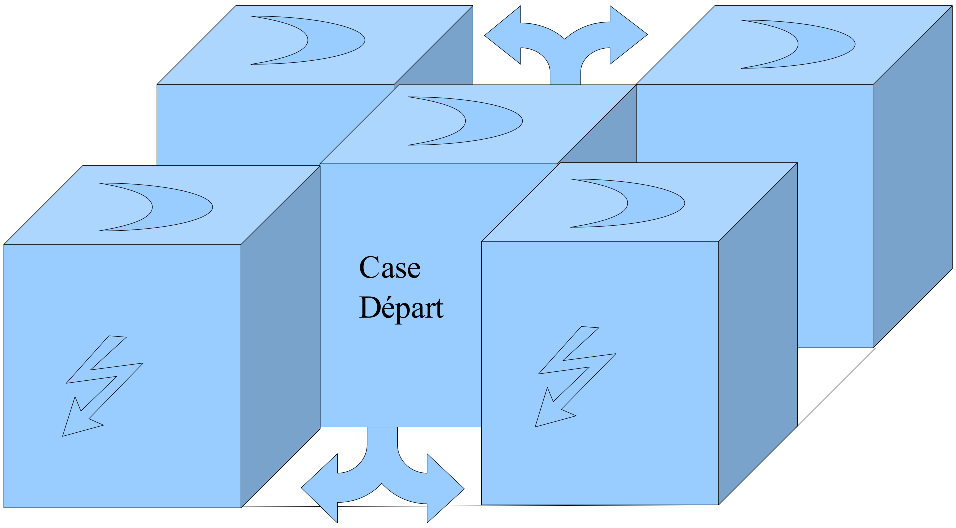
Nous avons trouvé sur un ancien rapport maths en jeans une formule qui consistait à réaliser 16 culbutes successives :

D,D,H,H,H,G,G,B,B,D,D,H,H,G,B,B.

Mais après avoir vérifier maintes fois , cette combinaison est fausse et beaucoup trop longue.

Nous avons donc trouvé 4 combinaisons de 6 culbutes successives afin d'aller dans les 4 diagonales directes de la case de départ. Nous pouvons donc «simuler» un déplacement en diagonale qui conserve l'orientation.

Haut Gauche(HG) *Haut Droite(HD)*



Bas Gauche(BG) *Bas Droite(BD)*

(HG): B,G,H,D,H,G.

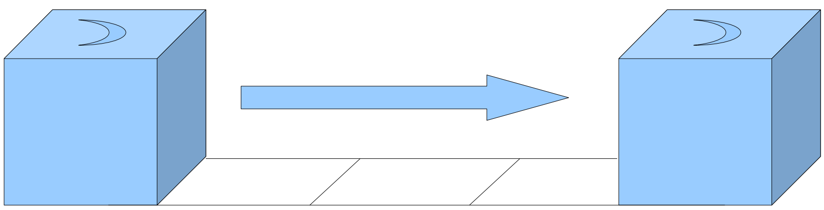
(HD): B,D,H,G,H,D.

(BG): G,B,D,B,G,H.

(BD): D,B,G,B,D,H.

Nous avons remarqué qu'il est impossible d'aller d'une case A à une case A+1 (une case directe dans l'une des quatre directions possibles (à Droite , à Gauche , en Haut ou en Bas)

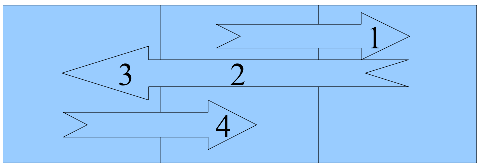
On peux cependant simuler un glissement vers une case qui est à 4 culbutes dans l'une des quatre directions .



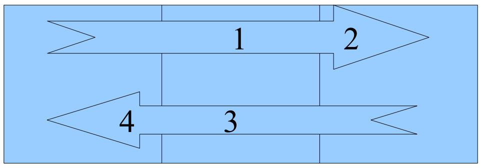
Glissement dans une direction directe.

Problème d'aller-retour, promenades, oscillations.

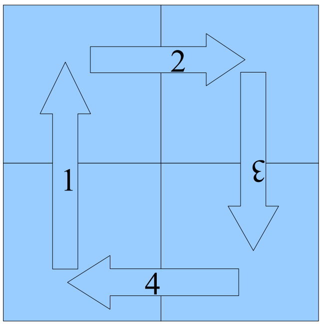
Nous avons eu besoin d'introduire différents termes pour nous mettre d'accord sur les différents moyens de partir d'une case (i,j) et d'y revenir.



Oscillation en 4 culbutes



Aller-retour en 4 culbutes



Promenades en 4 culbutes

Oscillation : Trajet qui passe par la case finale avant la fin du nombre de coup, avant de continuer son chemin pour y revenir une dernière fois pour le dernier coup.

Aller-retour : Faire la moitié du chemin dans un sens, puis de faire l'autre moitié en sens inverse en repassant par le même chemin.

Promenade : Trajet qui ne fait pas d'oscillations, ni d'aller-retour.

Peut-on partir et revenir à une case donnée pour n'importe quel nombre de culbutes :

On s'est aperçus que pour revenir sur la case de départ, il fallait que la somme des culbutes verticales et horizontales donnent un nombre pair de culbutes.

Combien de possibilités y'a t-il pour revenir à une position de départ (i,j) avec un nombre de culbutes défini préalablement ?

Sur des damiers infinis.

Nous sommes arrivés à une formule de la forme :

$$\frac{4 \times (n-2)}{3}$$

Mais celle-ci s'est avérée fausse car elle oublie les cas de promenades et d'oscillations.
En faisant quelques calculs à la main nous sommes arrivés aux résultats suivants :

n=2 coups → 4 chemins possibles.
n=4 coups → 20 chemins sans compter les oscillations.
→ 24 chemins en comptant les oscillations.
n=6 coups → 160 chemins sans compter les oscillations.

Ces résultats nous montrent que la formule est fausse, car rien qu'avec le cas de n=2, la formule renvoie 0 chemins...

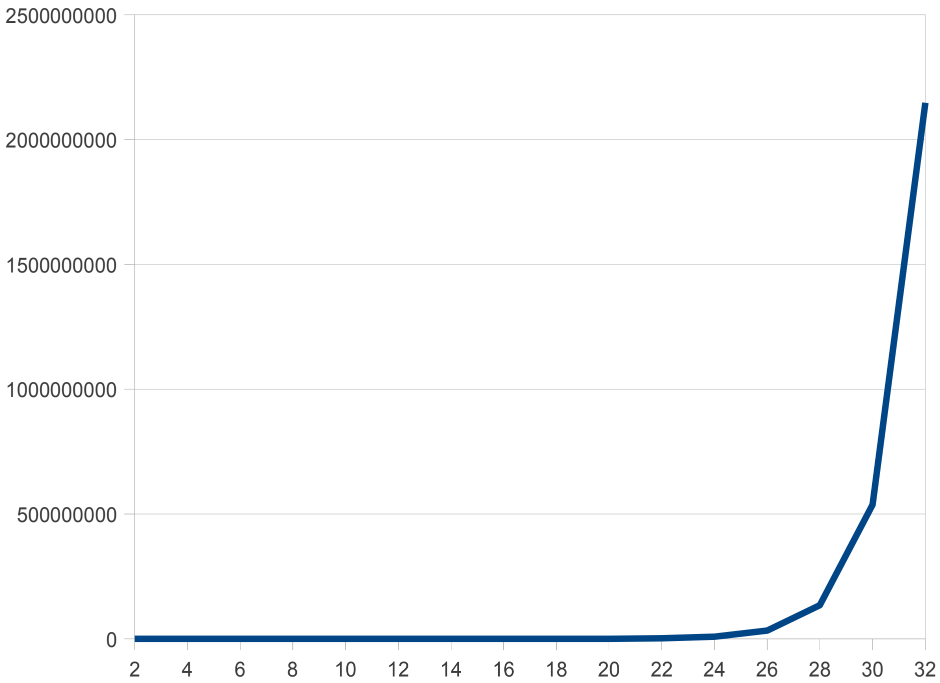
Sur des damiers finis .

Voici les résultats tirés du programme informatique d'Anthony.

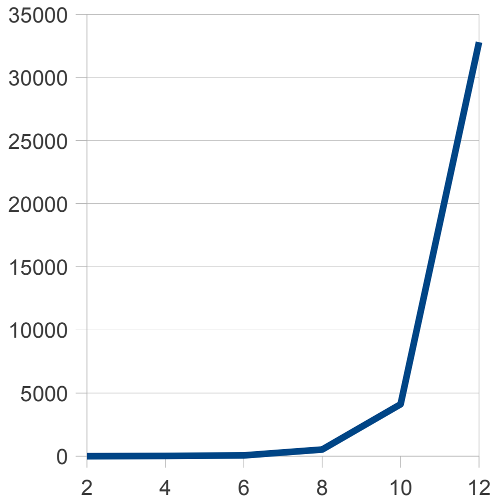
Nous arrivons rapidement à la valeur INT_MAX (= 2 147 483 647) ou UINT_MAX (= 4 294 967 295) en langage C .

Damiers réguliers (n x n)

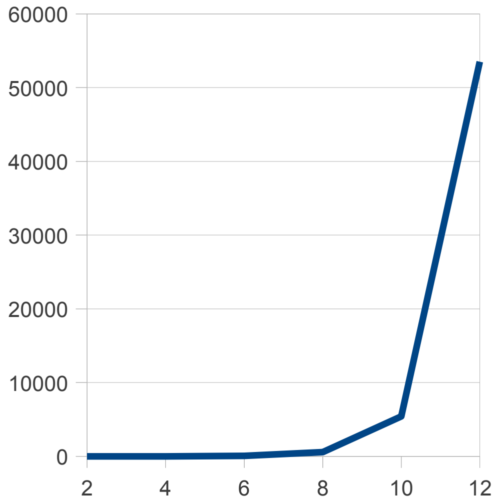
	2x2
2	2
4	8
6	32
8	128
10	512
12	2048
14	8192
16	32768
18	131072
20	524288
22	2097152
24	8388608
26	33554432
28	134217728
30	536870912
32	2147483648
34	**>Uint_Max**



nb culbutes	3x3
2	2
4	10
6	68
8	520
10	4112
12	32800
14	**> Int_Max**

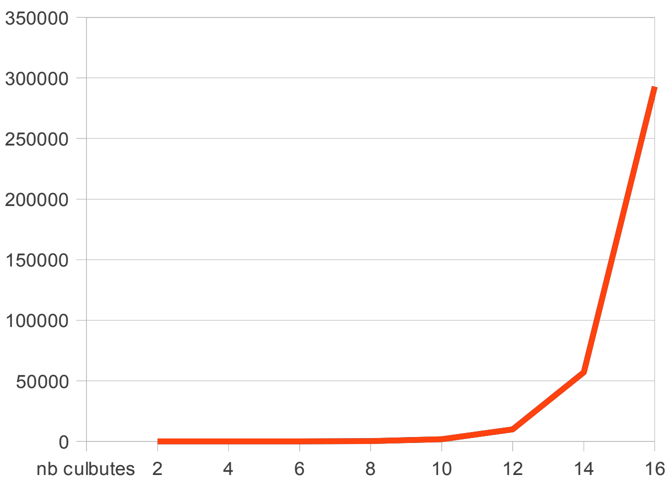


nb culbutes	4x4
2	2
4	10
6	70
8	586
10	5438
12	53506
14	**> Int_Max**



Damiers irréguliers (n x p):

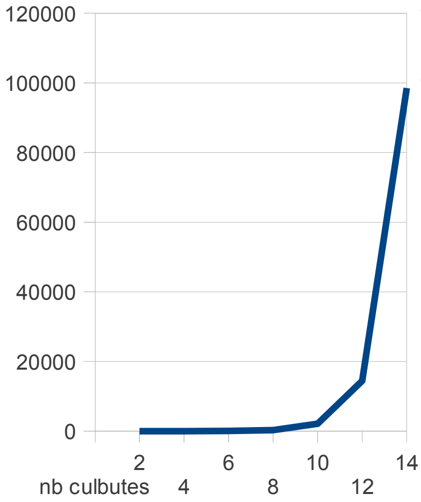
nb culbutes	2x3	3x2
2	2	2
4	9	9
6	50	50
8	289	289
10	1682	1682
12	9801	9801
14	57122	57122
16	292900	292898
18	**> Int_Max**	**> Int_Max**



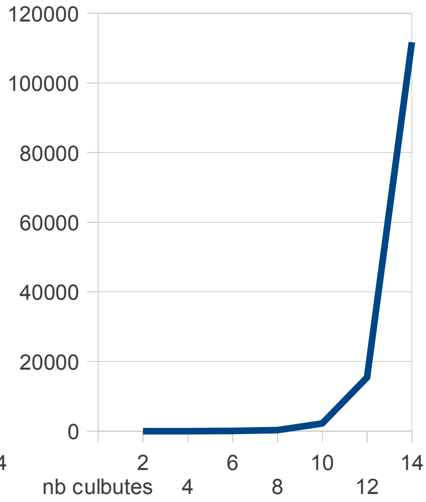
Nous remarquons que nous obtenons des résultats identiques pour le damier 2x3 et 3x2 sauf pour la dernière valeur où nous avons 2 chemins de plus pour sur un damier 2x3 avec 16 culbutes , ce qui nous laisse perplexe, mais vu le nombre de chemins possibles, cela est négligeable.

nb culbutes	2x4	2x5	2x6
2	2	2	2
4	9	9	9
6	51	51	51
8	322	323	323
10	2135	2187	2188
12	14445	15435	15510
14	98514	111659	113531

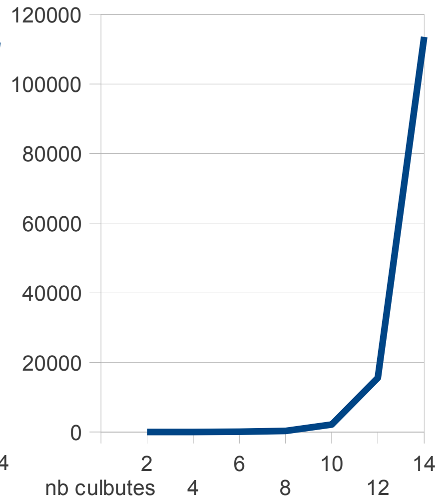
Au delà de 14 culbutes on dépasse INT_MAX.



2x4



2x5



2x6

Soit le nombre de culbutes q et z le nombre de chemins sur un damier n x p, si 2p = q alors nous avons z+1 chemins pour le damier n x (p+1).

Méthodologie et répartition des taches :

Devant le peu de questions que l'on se posait au début de notre recherche sur le sujet, nous avons décidé de travailler complètement ensemble. Nous avons donc traité la première partie, en cherchant ensemble comment on allait se repérer sur un damier, sur lequel notre cube allait se déplacer.

Nous sommes tombés vite d'accord sur notre repère c'est pour cela que l'on a directement enchainé par le traitement des calculs de chemins entre deux points distincts sur notre damier.
Nous avons donc commencer à travailler «à la main» à l'aide d'un damier dessiné en noir et blanc afin de mieux se repérer .
Nous avons donc fabriqué des cubes en papier (voir patron d'un cube page 5).

C'est aussi ensemble que l'on s'est intéressé aux calculs de plus court chemins, en imposant le passage sur une case précise, ou au contraire en interdisant une case. Nous avons repris notre cours de l'année passée sur les probabilités et le dénombrement, ce qui nous a permis d'avancer très vite tous les trois ensembles.
Nous avons donc commencé à essayer différentes méthodes pour aller d'une case (i,j) à une case (m,n) en faisant nous même les culbutes avec le cube créer.

Pour ce qui est de la recherche des différents travaux déjà traités sur ce sujet, nous sommes tombés sur le même et l'unique site faisant une recherche sur les culbutes de polyèdres. C'est à partir de là, que Fabien a essayé d'approfondir les recherches trouvées. Il a travaillé en ayant pour but de trouver d'autres séries de culbutes permettant de simuler des glissements en diagonales dans notre repère. En essayant des séries de culbutes à la main nous nous sommes donc rendus compte que certaines étaient fausse et trop longue (voir résultats page 10). A partir de là nous avons donc décidés de chercher des séries plus courtes.

Pendant ce temps, Julian lui s'est plutôt intéressé à comment on pouvait partir d'un point sur un damier 2x2 et revenir sur celui-ci en avec un nombre de culbute précis. Il s'est alors ensuite intéressé au nombre de chemins différents pour revenir au point de départ.

Grâce à une méthode d'arbres récursifs, il a commencé à avoir des résultats pour des petits nombres de culbutes mais il s'est retrouvé assez vite coincé pour des grands nombres.
C'est à partir de là que notre technique «manuelle» fut rapidement dépassée , nous avons alors décidés de faire intervenir nos connaissance en informatique (notre filière) pour avancer.

C'est pour cela qu'il a demandé à Anthony de réfléchir à un programme qui permettrait de compter le nombre de chemins possibles avec un plus grand nombre de culbutes. Anthony a donc créé un programme en C permettant ainsi de donner plus de résultats afin d'en déduire des formules et de confirmer des pressentiments.

A partir de là, nous avons voulu tous les trois savoir les différents résultats avec des damiers plus grands, nous avons donc modifié notre programme pour qu'il prenne en compte beaucoup plus de cas différents.

Puis, nous avons essayé d'observer le comportement sur un damier infini. Anthony a donc essayé de faire un programme envisageant ce dernier cas, mais il a été confronté à des difficultés, il n'a donc pas pu faire un programme fonctionnel.
Nous sommes arrivés à une formule (avec l'aide de Mr Beddou) nous étions convaincus de celle ci, mais après avoir eu quand même envie de vérifier cette dernière nous sommes confrontés encore a des incohérences sur le nombre de chemins possibles.

Cependant, Julian et Fabien, ont cherché à faire des liens entre tous nos résultats pour en sortir des conclusions ainsi que des théorèmes.
C'est à partir de là que Fabien à voulut vérifier à la main les différentes sortes de rotations en ce limitant à un cas bien précis de culbutes et de choix de départ pour la première culubte.

Enfin, Anthony lui, a voulu chercher une application plus concrète de notre sujet, il a donc cherché à faire le lien entre le culbuto et un graphe connexe, afin de vérifier grâce au culbuto si un graphe était un graphe 3-colorations (plus de détails dans la partie personnelle).
Ensemble nous avons discuté du problème des 0 et des 1 mais le temps nous était compté donc nous n'avons pas de démonstrations concrètes ou encore des observation pertinentes sur ce sujet.

Nous avons donc eu l'impression de fournir la même charge de travail, en se servant des différentes qualités de chacun afin de mener le mieux possible notre recherche. Nous avons gardé un esprit d'équipe tout au long du semestre, et même durant nos échecs nous avons continué de travailler ensemble, ce qui était plus simple grâce au fait que l'on soit tous les trois en cité universitaire et dans la même filière (Licence Informatique).

Gestion des Séances :

Le début de notre parcourt a était un peu chaotique, au niveau du groupe il y a eu pas mal de soucis qui nous ont fait perdre un temps considérable.
Nous partions pour travailler à 3 : Fabien, Anthony et Julian comme on a déjà pu le faire dans d'autres matières. Mais finalement un autre élève (Sylvio) voulait travailler sur ce sujet avec nous et étant d'une autre section que la notre (Physique-Chimie) il nous a rejoint nous permettant d'élargir nos points de vues.
Après 2 séances et n'arrivant pas à nous mettre d'accord sur la manière d'attaquer le sujet, 2 autres élèves nous ont encore rejoints mais de la même section que la notre (Dimby et Haiddi). Sylvio voulant travailler sur la culbute de tétraèdre et nous sur la culbute de cube, nous avons commencé à nous diviser en 2 groupes :

- La culbute de tétraèdre : Sylvio et Dimby
- La culbute de cube : Anthony, Fabien, Haiddi et Julian

Puis après encore 1 ou 2 séances, Haiddi à basculer avec l'autre groupe et nous nous sommes donc retrouvés avec la configuration de départ mais après avoir perdu énormément de temps...

Après nous être enfin mis d'accord sur les groupes nous avons pu commencer à se poser des questions. Au début c'était des questions assez basiques telles que :

- Comment représenter une culbute, sur quel repère travailler, comment dessiner le tout ?
- Ensuite nous avons attaqué les maths à proprement dit avec les calculs de chemins, de distances, de dénombrement, de plus courts chemins...

En ressortant nos cours de probabilités et statistiques de l'année dernière nous avons pu répondre à tout cela assez rapidement et pas trop difficilement.

Le problème étant que le sujet "la Culbute de polyèdre" est très large et peut introduire énormément de problèmes et de questions. En général, dans notre cursus d'étudiant, on nous donnes plutôt des questions et les moyens d'y répondre et puis il n'y a plus qu'à le faire alors que dans cette matière c'est beaucoup plus large et beaucoup plus vague.
On a plus de liberté pour faire ce que l'on veut mais n'ayant jamais travaillé sur des sujets aussi peu précis, nous étions un peu perdus...

Donc une fois les questions de bases finies nous avons eu un peu de mal à trouver une approche du sujet plus intéressante d'un point de vu mathématiques.

Nous nous sommes intéressé à différentes approches telles que faire un lien entre une culbute de cube et les graphes connexes pour prouver si un graphe est 3-colorable avec l'aide de culbutos (voir partie personnelle pour plus de détails).

Ou encore le problème des 0 et des 1, en mettant un certain nombre variable de 0 et de 1 sur les faces d'un cube, peut-on en l'utilisant comme un "tampon" (c'est à dire que la case du damier en contact avec une face du cube prend la valeur de celle-ci) remplir toutes les cases du damier avec la valeur choisie.

Pour finalement nous intéresser aux problèmes d'aller-retour, de promenades et oscillations en utilisant des culbutes de cubes sur un damier pour aller d'une case donnée à cette même case en un nombre de culbutes précis et éventuellement en rajoutant des contraintes telles qu'un damier fini, l'interdiction de repasser par la case avant le dernier coup...

Étant plus intéressé par cette partie là nous nous sommes concentrés sur celle-ci en nous disant qu' éventuellement si nous avions fini cette partie nous pourrions revenir sur les autres après.

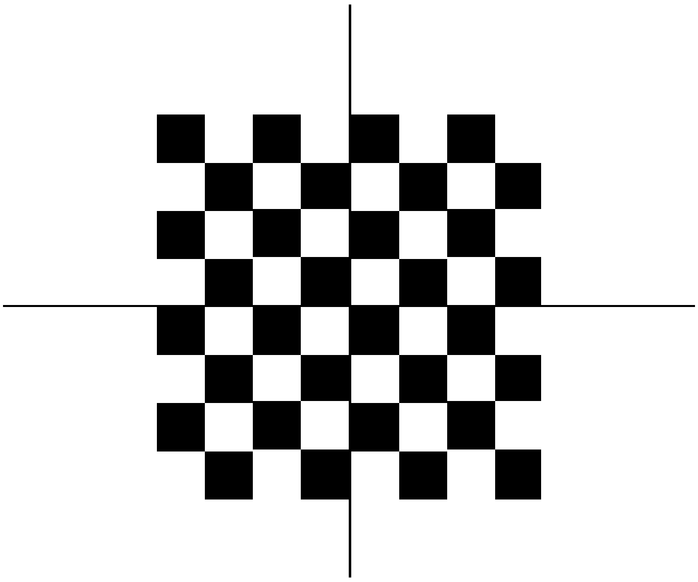
On a commencé par essayer différentes méthodes de calculs comme les suites arithmético-géométriques pour trouver un nombre de chemins possibles en n coups pour aller d'une case A à cette même case A en travaillant sur des damiers infinis.

N'arrivant pas à grand chose avec ces méthodes nous avons pensé nous faciliter la tâche en travaillant sur des damiers plus petits et donc bornés à quelques cases pour voir concrètement des nombres de chemins ressortirent et ainsi avoir une idée de l'augmentation du nombre de chemins en fonction du nombre n de coups imposés.

Chacun des membres du groupes ce sont appropriés quelques damiers pour travailler dessus.
Quand on a eu chacun un certains nombre de résultats sur ceux-ci on les a mis en commun et on a essayé de trouver un quelconque liens entre les n sur un même damier et entre les damiers eux-mêmes.

Finalement, l'idée de baisser la taille du damier avait l'air séduisante au départ mais ne pouvais pas réellement aboutir à un cas général pour n'importe quel damier car en limitant l'accès à certaines cases on oubliait certains cas de chemins possibles.

On a également essayer une approche de "diviser pour régner" en découpant le problème en 4 pour travailler sur des problèmes plus petits pour ensuite le généraliser au grand damier mais certaines conditions étaient oubliées.



"diviser pour régner"

On a eu aussi quelques problèmes d'interprétation de notre question d'aller-retour à savoir si un aller-retour était forcément un chemin dans un sens et ce même chemin dans l'autre ou si c'était juste le fait de partir d'un endroit et d' y revenir par n'importe quel moyen.
Nous avons donc du retenir 3 termes pour être plus précis : Aller-retour, Promenade et Oscillation.

Et la dernière partie du travail et pas des moindres a était de faire le rapport, de se diviser les taches et les parties de rassembler tout ça dans un ensemble cohérent. Puis chacun de faire sa partie personnelle et enfin la présentation powerpoint et la préparation de l'oral !

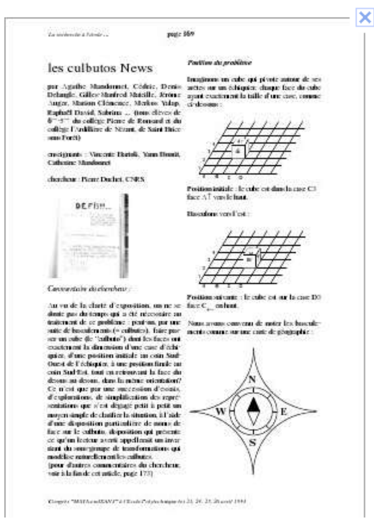
Bibliographie :

Afin de nous aider dans notre recherche, nous nous sommes appuyés sur plusieurs sources.
Dans un premier temps, nous avons surtout utilisé le site Wikipédia, pour avoir une idée plus précise de ce qu'est le culbuto.
Les articles suivants nous ont été très utiles :

- http://fr.wikipedia.org/wiki/Culbuto
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Poly%C3%A8dre

Ensuite nous avons recherché si des travaux ont déjà été traité sur le sujet, nous sommes alors tombé sur un site d'un collège qui a fait des recherches sur les culbutes de polyèdres, ça nous a permis de nous orienter dans notre recherche, afin d'approfondir le sujet.
Le site en question est : http://mathenjeans.free.fr/amej/edition/actes/actespdf/93169173.pdf
Nous avons fait le tour de quelques livres mathématique à la bibliothèque universitaire, mais on trouvait seulement des livres de géométrie traitant sur les différents polyèdres, mais aucun n'avait pour sujet les déplacements par culbutes de ces derniers.
Afin d'illustrer notre rapport ainsi que notre présentation PowerPoint, nous avons récupéré des images sur Google image, ainsi que sur Wikipédia. De plus, les animations ainsi que les vidéos proviennent pour la plus part de Youtube ou de Dailymotion.
Enfin, devant le peu de documents et de sites traitant sur les propriétés des culbutes de polyèdre, et plus précisément du cube, nous nous sommes surtout fait aider par les deux professeurs qui nous encadraient pendant toute la durée de notre recherche, ce qui a permis de bien nous aiguiller dans notre recherche.

Page Wikipédia du culbuto.



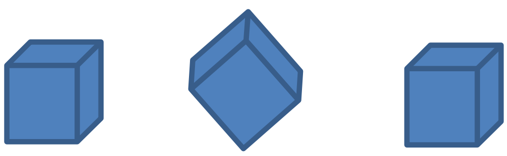
Page du site des ollégiens.

Ouvertures :

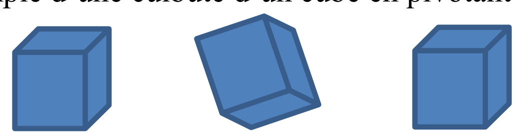
Nous avons essayé d'aller le plus loin possible dans notre recherche tout en étant conscient de nos capacités respectives, nous avons tous un parcours informatique, ce qui nous a souvent posé des problèmes pour conclure sur nos résultats et en déduire des théorèmes. Mais nous pensons avoir balayé tout de même une petite partie de notre sujet de recherche. Si d'autres personnes voudraient avancer nos recherches afin d'aller plus loin, il serait judicieux dans un premier temps d'observer nos résultats et d'essayé d'en déduire une formule générale permettant de calculer le nombre de chemins différents pour partir et revenir de la même case dans tous les tailles possibles de damier.
Il serait aussi très intéressent d'aller plus loin sur notre projet de permettre grâce au culbuto de déterminer si un graphe est satisfiable 3-colorations, car nous n'avons pas eu le temps d'aller jusqu'au bout de la question.
Ce qui serait le plus remarquable à nos yeux, serait de réfléchir sur d'autres polyèdres réguliers. Il serait intéressant de comparer nos résultats d'une recherche de plus court chemin avec les culbutes d'un cube comparée à celle d'un tétraèdre, d'un octaèdre, d'un dodécaèdre ou encore d'un icosaèdre.

Il faudrait repenser complètement la façon de se repérer, le damier dont on se servait ne serait plus utilisable, mais nous ne sommes pas totalement sure que notre recherche eut été plus complexe avec les autres polyèdres cités ci-dessus.

Nous pensons qu'il serait aussi intéressent de changer notre façon d'envisager une culbute. En effet pour nous c'est simplement le fait qu'un objet bascule sur une autre face par un pivotement sur une de ses arrêtes, il pourrait être envisageable d'observer les variations de calculs et de configurations si l'on décide de faire pivoter notre objet par un de ses sommets.



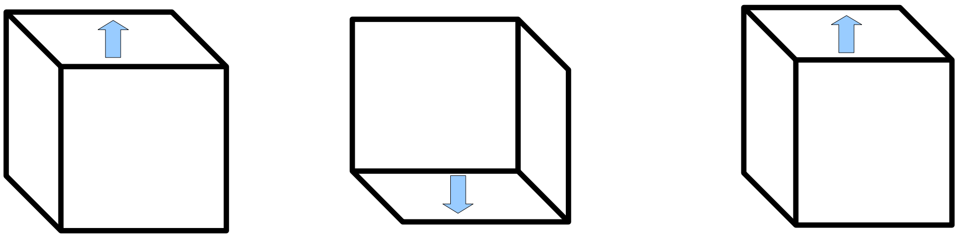
Exemple d'une culbute d'un cube en pivotant sur un de ses arêtes.



Exemple d'une culbute d'un cube en pivotant sur une de ses sommets.

Nous nous sommes aussi aperçu qu'au début de notre recherche très peu de questions nous venaient à l'esprit, ce qui était assez décourageant, mais au fur et à mesure que nous avancions dans notre travail, et jusqu'au moment où nous tapions notre rapport, plusieurs autres pistes de recherche nous sont venues à l'esprit.

En effet, notre recherche étant principalement accès sur les configurations de chemins qu'un polyèdre peut faire grâce des culbutes, il pourrait être intéressent d'ajouté la contrainte que notre objet garde son orientation à l'arrivée en plus de sa face de départ. C'est-à-dire que la configuration de départ soit exactement la même que celle d'arrivée, comme ci-dessous.



Sauvegarde de l'orientation à la fin du déplacement de l'objet.

Nous pensons donc que ce sujet peut être poussé très loin, plus on recherche, plus on peut trouver des questions, ce qui rajoute de l'intérêt dans ce domaine, qui nous confirme que l'on ne s'est pas trompé en choisissant ce thème. Il reste des questions ouvertes sur ce dernier, nous encourageons d'autres personnes à continuer cette recherche, en partant de là où l'on s'est arrêté pour aller plus vite et passer directement au plus intéressant.

Glossaire :

Culbuto : Jouet traditionnel qui consistait en un petit personnage dont la base arrondie est lestée de sorte que, même si le jouet est frappé ou renversé, il se redresse toujours et revient à la verticale en oscillant.

Polyèdre : Provient du grec classique *πολύεδρον* (*polyedron*)
[de *poly-* = plusieurs et -*hedra* = face].
C'est un solide.

Cube : Prisme dont toutes les faces sont carrées constitué de 6 faces, 8 sommets et 12 arêtes.

Tétraèdre : Polyèdre composé de quatre triangles, de la famille des pyramides, qui appartient en outre comme celles-ci à la famille des cônes.

Culbute : La culbute est une rotation d'un cube d'un angle de 90° autour d'une des arêtes de la face posée sur le plan, suivant un sens choisi.

Chemin : Balade sur un repère permettant de se déplacer d'un point à un autre.

Glissement : Simulation d'un déplacement latéral ou diagonale en gardant l'orientation de départ symbolisé par une série de culbutes.

Oscillation : Trajet qui passe par la case finale avant la fin du nombre de coup, avant de continuer son chemin pour y revenir une dernière fois pour le dernier coup.

Aller-retour : Faire la moitié du chemin dans un sens, puis de faire l'autre moitié en sens inverse en repassant par le même chemin.

Promenade : Trajet qui ne fait pas d'oscillations, ni d'aller-retour.

Arbre binaire : C'est une structure de données qui peut se représenter sous la forme d'une hiérarchie dont chaque élément est appelé nœud, le nœud initial étant appelé *racine*. Dans un arbre binaire, chaque élément possède au plus deux éléments fils au niveau inférieur, habituellement appelés *gauche* et *droit*. Du point de vue de ces éléments fils, l'élément dont ils sont issus au niveau supérieur est appelé *père*.

Graphe 3-colorable : Graphe connexe qui a pour particularité de posséder 3 couleurs différentes et 2 sommets consécutifs ne peuvent pas avoir la même couleur.

Programme C : Programme informatique codé en utilisant le langage C.

Suite arithmético-géométrique : Suite satisfaisant une relation de récurrence affine, généralisant ainsi les définitions des suites arithmétiques et géométriques.

Suite arithmétique : Suite (par exemple de nombres) dans laquelle chaque terme permet de déduire le suivant en lui ajoutant une constante appelée *raison*.
Cette définition peut s'écrire sous la forme d'une relation de récurrence, pour chaque indice *n* :

.

Suite géométrique : Suite de nombres dans laquelle chaque terme permet de déduire le suivant par multiplication par un coefficient constant appelé *raison*. Ainsi, une suite géométrique a la forme suivante :

La définition peut s'écrire sous la forme d'une relation de récurrence, c'est-à-dire que pour chaque entier naturel *n* :

.