

Problème général

Le problème auquel nous nous sommes attelés est en réalité un sous-élément d'un problème beaucoup plus complexe communément appelé << problème de la boîte d'allumettes >> qui consiste à faire se déplacer par culbutes successives une boîte d'allumettes sur une surface pavée de 3 façons différentes, un pavage pour chaque face de taille différente de la boîte.

Un cube se déplace par culbutes sur un damier. Dans un premier temps, on cherche à déterminer le nombre de chemins et le plus court chemin pour se rendre d'une case à une autre. Puis on rajoute des contraintes sur les faces du cube : chaque face est marquée d'une lettre différente. correspondant à une couleur. À ce moment, on essaie de savoir comment passer d'une configuration du cube à une autre sans contrainte de position sur le damier.

Notations mathématiques

Le cube sera désigné par l'état dans lequel il est, c'est-à-dire sa configuration. L'espace sur lequel le cube culbute est considéré comme infini afin de nous concentrer sur les contraintes énoncées ci-dessus. Si la position du cube doit être écrite, elle le sera sous la forme (x, y) ou x représente l'abscisse et y l'ordonnée de la position, $(0,0)$ étant la case tout en haut à gauche.

- v désigne le cube dans une configuration quelconque
- L signifie culbute gauche
- R signifie culbute droite
- F signifie culbute frontale
- B signifie culbute arrière
- $\sim$ signifie équivalence

- F / B sont des déplacements sur l'axe vertical noté V
- L / R sont des déplacements sur l'axe horizontal noté H

Méthodologie

En voyant ce problème, la première piste de recherche nous a semblé évidente : chercher un chemin optimal d'une case à une autre. Rapidement, nous avons pensé au nombre de chemins permettant d'aller d'une case à une autre.

Ensuite nous avons décidé de différencier chaque face du cube et de chercher le plus court chemin avec des contraintes de configuration. Pour cela dans un premier temps, nous avons cherché comment passer d'une configuration à une autre et ce, par un chemin optimal.

Maxime s'est occupé de la première partie, chercher le nombre de chemins et les plus courts chemins sans contrainte de différenciation de faces tandis que Livia s'est occupée du passage d'une configuration à une autre de façon optimale sans contrainte de position. En effet, ces pistes nous semblaient complémentaires et nécessaires pour avancer dans le projet en étant confronté dans des cas simples à des contraintes soit de configuration, soit d'optimisation/position.

Plan de recherche

- recherche du nombre de chemins
- parmi ces chemins, recherche de l'optimum
- recherche des équivalences rotation gauche/droite du cube avec des culbutes

Documentation

Recherches sur Internet pour l'aide à la programmation, cours de java pour la manipulation du csv, recherche de bibliothèques pour le langage c.

Aide extérieure

Aucune pour ma part

Historique

- Changement de sujet après 2 séances
- nombre de chemins et plus court chemin
- décision de faire un premier programme multifonctionnel
- décision de faire un interpréteur de commandes
- contraintes de différenciation de faces (mais pas de position) c'est-à-dire remplir un tableau de combinaisons optimales permettant de passer d'une configuration du cube à une autre
- contraintes de différenciation de faces et de position (c'est-à-dire remplir un tableau de combinaisons (optimales ?) permettant de passer d'une configuration du cube à une autre en revenant sur la même case

Erreurs :

- erreurs lors de la génération de toutes les configurations du cube à la main, ce qui nous a amenés à la création d'un programme informatique pour éviter de perdre du temps à vérifier et corriger chaque configuration après

chaque mouvement effectué.

- Ne pas toujours avoir eu d'intuition pour nous guider à défaut d'avoir un plan de recherche précis ce qui nous a amenés à abandonner des idées car on s'attaquait à des sous-problèmes sans savoir par où commencer ce qui nous a fait perdre du temps

Nous avons également voulu progresser trop vite. souvent nous recherchions la solution optimale avant de rechercher une solution en nous basant sur les intuitions que nous avions. Pour atteindre cette solution optimale, nous cherchions à résoudre chaque étape de l'algorithme de résolution de façon optimale, sans savoir si cette association d'étapes optimales menait à la solution optimale recherchée. Or en faisant cela, nous survolions des solutions non-optimales mais intéressantes qui nous ont permis par la suite de comprendre des erreurs et de trouver comment déterminer la/les solutions optimales à coup sûr.

Cela est encore visible dans notre rendu final, pour les contraintes de couleur par exemple, nous aurions pu commencer par s'imposer 2 couleurs différentes, pour celles de position commencer par effectuer des combinaisons qui laissent le cube sur la même colonne/ligne que celle de la case de départ.

Idées abandonnées

- vouloir générer toutes les combinaisons de mouvements (avec une limite de 20 mouvements) et les faire exécuter par un programme afin de remplir les tableaux des annexes n°x et n°y.

Des erreurs étaient encore présentes dans les combinaisons, le programme aurait tourné sans jamais s'arrêter. De plus, nous n'avions aucune idée du temps que cela allait prendre car la génération de combinaisons était aléatoire.

- commencer à s'attaquer au cas d'un damier à 2 pavages sur lequel on ferait culbuter un parallélépipède rectangle. Nous avons d'abord les cas avec contraintes de couleur de faces
- mélanger de culbutes et rotations pour atteindre une case dans une certaine configuration

Bilan

Un programme basé sur l'interprétation de commandes entrées au clavier a permis de remplir le tableau en annexe x. Ce tableau permet de savoir quelle combinaison il faut effectuer pour aller d'une configuration du cube à une autre. Toutes les configurations possibles ont été traitées.

Situation de départ

Un cube possède 6 faces. On choisit une face que l'on pose sur le damier, c'est la face du bas. Ensuite on effectue des rotations dans le sens trigonométrique afin de générer les 4 combinaisons possibles lorsqu'une face donnée est la face du bas. On obtient ainsi la liste des 24 configurations possibles.

Par exemple on part de $v_0 : \langle A, D, B, E, C, F \rangle$ et on génère v_1 en effectuant une rotation du cube.

On a alors la configuration $v_1 : \langle A, D, F, C, B, E \rangle$

Avant de se lancer dans l'exécution de combinaisons hasardeuses, j'avais l'intuition qu'il allait falloir au maximum 4 mouvements de culbute pour atteindre n'importe quelle configuration à partir d'une configuration donnée. Cela s'est confirmé après remplissage du tableau.

Tout d'abord, ma première piste a été de débusquer les combinaisons équivalentes puis celles réductibles.

Exécuter successivement L R / R L / F B / B F est inutile puisque ces combinaisons s'annulent immédiatement. Il est aussi évident qu'effectuer 4 fois le même mouvement de culbute ramène à la configuration de départ.

Ensuite, F F ~ B B car un déplacement sur l'axe V n'effectue aucun changement sur les faces latérales mais échange les faces du bas et au-dessus et celles de devant et de derrière. En procédant de la même façon on a L L ~ R R.

À partir de ces données on peut démontrer d'autres équivalences :

- L L L ~ R / R R R ~ L

- F F F ~ B / B B B ~ F

- R R B ~ L L B / R R F ~ L L F

- F F L ~ B B L / F F R ~ B B R

En ce qui concerne les combinaisons réductibles, l'intuition d'un maximum de 4 mouvements pour atteindre n'importe quelle combinaison a grandement aidé. En effet au tout début j'effectuais de façon totalement aléatoire des mouvements sans remarquer qu'il y avait des équivalences permettant de réduire la longueur finale de la combinaison. Au bout d'un moment j'ai généré des combinaisons plus courtes qui, pour une même configuration de départ mènent à la même configuration d'arrivée. J'en ai déduit quelques équivalences qui m'ont permis de réduire une bonne partie des combinaisons générées.

Ensuite, toujours en fonctionnant un peu au hasard j'ai réussi à trouver comment passer de la configuration v0 <A, D, B, E, C, F> aux 23 autres configurations du cube possibles.

Après un travail de réduction maximale, j'avais les 23 combinaisons qui permettent de passer de n'importe quelle combinaison à une autre.

Ensuite le remplissage du tableau est plus facile puisque si on passe d'une configuration v à une configuration v' en effectuant L et de v à v'' en effectuant LF , on sait qu'on peut passer de v' à v'' en effectuant F .

De plus, on remarque plusieurs éléments redondants ou de symétrie qui permettent d'anticiper la combinaison à effectuer pour passer d'une configuration à une autre.

Ouverture et questions

- Contraintes de couleur sur le damier et sur le cube en même temps (+ contraintes de position)
- Faire culbuter un objet de dimension supérieure à 3 sur un autre objet de dimension supérieure à 2.
- Différents pavages

Vocabulaire :

mouvement : ce que l'on appelle mouvement ici est une culbute gauche, droite, avant ou arrière du cube.

rotation : lorsque le cube est posé, on laisse intactes les faces du bas et d'au-dessus et on fait tourner le cube.

combinaison : association de plusieurs mouvements.

configuration : état du cube. Chaque configuration est notée sous la forme

<face du bas, face du haut, face gauche, face droite, face frontale, face de derrière>

couleurs de faces = différenciation de faces