FACULTE DES SCIENCES DE LUMINY

Maths en Jeans 1- Les Digicodes

Rapport Personnel

L2 Prépa Mathématiques
Julien TEBOUL

Sommaire

Remerciements

Je tiens à remercier l'équipe pédagogique, Laurent Beddou et Julien Cassaigne, pour l'expérience enrichissante que m'a apportée cette UE.

Je remercie plus particulièrement mes camarades, Virginie Duprat et Maëlys Gardey pour la bonne entente et l'entraide qu'il y a eu au sein de notre groupe.

Introduction

Fondées sur la réflexion, la recherche et l'ouverture d'esprit, les Maths en Jeans développent une nouvelle forme d'enseignement. L'avancée progressive de travaux de recherches, sans garantie d'aboutir à des résultats certains, est le propre du chercheur. C'est ce que j'ai pu découvrir pendant 5 mois au sein d'un groupe dynamique, motivé.

Même si nous avons décidé de faire la quasi-totalité de notre travail ensemble, la nécessité d'un travail individuel, confrontant par la suite nos idées aux autres membres du groupe, a permis un enrichissement personnel encore plus grand.

Au sein d'un groupe très disponible et très vivant, j'ai pu aborder le problème des digicodes. Ayant tous participé à l'ensemble des partis de ce projet, mon rapport personnel détaillera ce que j'ai pu expliciter plus particulièrement lors de la rédaction du rapport de groupe, à savoir la partie efficacité de notre méthodologie ainsi que l'utilisation de l'outil informatique pour la création d'un programme.

Ensuite, je présenterai le défi, l'activité extérieure, et les activités de cours auxquels je me suis intéressé.

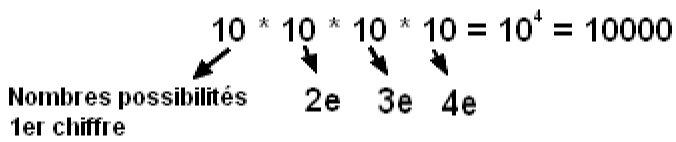
Travaux Personnels

Avec l'ensemble des données accumulées, il nous a été possible de répondre à la problématique du sujet, à savoir, trouver une suite de chiffres la plus courte possible où tous les codes apparaissent une seule fois, avec mémoire de tape sur notre digicode.

Une fois ces chaînes trouvées, nous nous sommes questionné à propos de l'efficacité de notre méthode, est-elle vraiment rentable ?

La réponse est oui ! Après avoir fait un tableau où j'ai listé les nombres de tapes dans chaque base, il apparait que notre méthode est très efficace.

Pour le cas le plus simple (répétitions autorisées), avec une méthode traditionnelle, on trouve $nombre\ tapes = n \times \prod_{i=0}^{n-1} q$. où n= longueur code, q=base.
Cela se démontre très rapidement en expliquant la formule.
Prenons un exemple : Si j'ai un code à 4 chiffres en base 10. Il existe



codes. En effet les codes sont les nombre 0000 à 9999.
Les écrire tous revient donc à écrire 10000 fois un code à 4 chiffres donc 10000*4 = 40000 tapes. Cette formule est juste une réécriture mathématique de cette phrase.

De manière plus claire, $nbre\ tapes(classique) = longueur\ code * base^{longueur\ du\ code}$

A partir de cette notion, j'ai pu adapter cette formule à notre problème, on obtient :

$$nombre\ tapes\ (nvelle\ méthode) = (n-1) + \prod_{i=0}^{n-1} q$$

L'explication du produit des « q » est toujours la même, c'est le nombre de codes. Cependant on est obligé d'ajouter (n-1) tapes.

En effet, pour construire cette suite, on doit avoir un graphe correspondant de type circuit hamiltonien. Lorsque la suite est construite, on tape le premier code et on a donc les n-1 premiers termes du premier code qui sont en mémoire. Ces n-1 chiffres sont en fait rajouté à la fin de la chaine pour que cela puisse correspondre à un circuit hamiltonien et prendre en compte tous les codes.

Prouvons d'abord cette nouvelle formule.

<u>Démo :</u>

Soit N le nombre de tapes, n la longueur des codes, q la base. On écrit ces tapes,

a1 a2 a3 ……. an an+1 …………. aN-n ……….. aN-2 aN-1 aN

1er code

2e code

3e code

…..

On compte alors les tapes si on les tape successivement.

Le a1 sert 1 fois
Le a2 sert 2 fois
Le a3 sert 3 fois
….
Le an sert n fois
… Le ai sert n fois…
La aN-n+1 sert n fois
Le aN-n+2 sert n-1 fois
…
Le aN-1 sert 2 fois
Le aN sert 1 fois

La somme de ses termes doit faire $n \times \prod_{i=0}^{n-1} q$

On a donc $\underbrace{1+2+3+\ldots+n}_{\frac{n(n+1)}{2}} \underbrace{+n+\ldots+n+\ldots+n+}_{\text{k*n}} \underbrace{n+\ldots+3+2+1}_{\frac{n(n+1)}{2}} = n \times \prod_{i=0}^{n-1} q$

(n termes + k termes + n termes = N termes)

$\Leftrightarrow \frac{2n(n+1)}{2} + k * n = n \times \prod_{i=0}^{n-1} q \Leftrightarrow$ k = $\prod_{i=0}^{n-1} q - (n+1)$

Or, N = 2*n+k

Donc

$$N = (n-1) + \prod_{i=0}^{n-1} q$$

Dans le cas de la base 10, nous avons voulu simplifier un peu la chaine, alors on a aussi créé la suite (sans répétition de code). J'ai donc adapté la formule précédente à ce cas particulier. On a désormais q= 10 fixé.

Cependant le nombre de codes possibles à changer : Il y a désormais

$$\underset{\text{Nombres possibilités 1er chiffre}}{10} * \underset{2e}{9} * \underset{3e}{8} * \underset{4e}{7} = 5040$$

codes. En effet, une fois qu'un chiffre est utilisé, il ne peut pas réapparaitre dans le code.

La formule pour ce cas particulier est donc devenue :

$$nombre\ tapes\ (sans\ repetition, base\ 10, nvelle\ methode) = (n-1) + \prod_{i=0}^{n-1}(10-i)$$

Une simple transformation en pourcentage nous a permis de montrer la rentabilité entre notre méthode et la méthode classique.

L'efficacité est garantie. On retrouve un pourcentage de tape en moins très important, et plus le code est long, plus la méthode se révèle forte. A titre d'exemple sur la base 10, codes 4 chiffres, on a 75 % de tapes en moins ce qui est considérable.

Après avoir montré l'efficacité de nos suites, je me suis demandé comment trouver un code recherché, trouver sa position exacte dans une de ces suites qui deviennent très rapidement longue et difficilement lisibles. Il était évident qu'il fallait faire un programme. J'ai commencé à rassembler mes connaissances cependant, j'ai eu un peu de mal à concrétiser mon algorithme, ayant oublié quelques bases informatiques. J'ai reçu de l'aide concernant les notions informatique manquantes, j'ai pu continuer l'élaboration du programme. Il est désormais assez aboutit mais ne fonctionne qu'en base 10. Il faudrait que j'y apporte quelques modifications pour pouvoir prendre en compte d'autres bases.

<u>Regardons le programme plus en détails :</u>

```c
/*déclaration des bibliothèques nécessaire à l'utilisation du programme*/
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>

/*Fonction préliminaire qui copie un code extrait d'un pointeur b et copie le contenu du code de longueur lg dans le pointeur a*/
void copie(char *a,char *b, int lg)
{
    int i;
    for(i=0;i<lg;i++) //Cette boucle permet de prendre en compte la longueur du code pour pouvoir copier le code entier
        a[i]=b[i];  //On copie la valeur du ie chiffre du code b et on la donne au ie chiffre du code a.
}

/*Fonction principale qui prend en argument du texte tapé dans le terminal*/
int main(int argc, char *argv[])
{
    /*Déclaration de variables*/
    FILE *f; //On déclare un fichier f
    char * buffer,*chaine,c; //On déclare un caractère, deux pointeurs : un buffer (temporaire) et la chaine (suite finale)
    int position=1,i=0, lg=atoi(argv[2]); //On déclare deux compteurs (position et i), et lg la longueur du code (entrée dans terminal)

    /*Vérification que la recherche est bien tapée dans le terminal*/
    if(argc>4) //Si on tape trop d'arguments, il va afficher l'erreur suivante et nous dire quoi faire.
    {
        printf("Erreur,le code à rentrer dans le terminal est du type : %s [nom fichier] [nbre chiffres code] [code recherché]",argv[0]);
        exit(EXIT_FAILURE);
    }

    /*Ouverture du Fichier sélectioné (entré dans le terminal*/
    f = fopen(argv[1],"r");

    /*Vérification que le fichier existe et qu'il n'est pas vide*/
    if(f==NULL) //Si les etteurs ci-dessus sont présentes, il affcihe l'erreur suivante et quitte le programme.
    {
        printf("Erreur lecture fichier.\n");
        exit(EXIT_FAILURE);
    }

    /*Déclaration d'un buffer assez grand pour prendre au maximum une chaine de 5045 caractères*/
    buffer = malloc(5045 * sizeof * malloc); //On alloue de la mémoire au buffer pour stocker la suite complète

    /*Parcours de la chaine et impression dans le terminal*/
    c=fgetc(f); //Donne à c la valeur du premier caractère du fichier
    while(c!=EOF) //tant qu'on est pas arrivé à la fin du fichier (END OF FILE), on reste dans la boucle
    {
        printf("%c",c); //On imprime le caractère capturé, dans le terminal
        buffer[i] = c; //Dans le buffer on stocke le caractère à la ieme position
        i++; //On incrémente le compteur i de 1
        c=fgetc(f); //Donne à la valeur du caractère suivant la dernière capture.
    }

    /*Déclaration d'un chaine de longeur du code +1*/
    chaine = malloc((lg+1) * sizeof * chaine); //On alloue de la mémoire à la chaine pour stocker un code

    /*Recherche du code demandé dans la suite de nombres*/
    for(i=0;i<5041;i++)
    {
        copie(chaine,&buffer[i],lg); //Utilisation fonction copie, pour copier le code de longueur lg à la ie oisition du biffer dnas "chaine"
        chaine[lg] = '\0'; //A la fin du code on rajoute un \0 pour pouvoir utliser la chaine dans une comparaison.
        if(strcmp(chaine,argv[3])==0) //Si le code placé dans chaine et le code tapé dans le terminal est le même, alors..
        {
            printf("\n%s est le %déme code\n\n",chaine,position);//Affichage de la position du code dans la suite.
        }
        position++; // Si le non code n'est pas encore trouvé, le compteur de position augmente
    }

    /*Fermeture du fichier et fin du programme*/
    fclose(f);
    return 0;
}
```

Ce que fait que le programme :

Le programme va lire le fichier qu'on lui demande. Il va copier la suite de chiffres dans un « buffer », et au passage imprime ce buffer dans le terminal. Ensuite il copie (3 par 3 ou 4 par 4 selon si c'est un code à 3 ou 4 chiffres) chacun des codes dans « chaine » et on les compare avec le code entré en paramètre dans le terminal. Dès que le code est trouvé on affiche sa position.

Rappel Mode d'emploi du programme :

Le programme est intitulé « main.c ». Sont fournis deux fichiers contenant les suites de nombres pour les codes sans répétition :

- Code à 3 chiffres : « 123.txt »
- Code à 4 chiffres : « 1234.txt »

Le programme se lance dans un terminal.
Le code à rentrer est du type :
. /main [nom du fichier à ouvrir] [longueur code] [code à rechercher]

Exemple: *./main 1234.txt 4 2415*

Au final le programme, fait exactement ce qu'on recherchait, à savoir trouver des codes dans des grandes chaines difficiles à parcourir à l'œil nu. Je pense cependant qu'il serait possible de l'améliorer de plusieurs façons :

- Inutile de sélectionner un fichier texte alors qu'on rentre déjà la longueur des codes.
- Ajouter la prise en compte d'autres bases, et mettre toutes les informations en relation pour éviter de rentrer manuellement trop de détails.
- Reprendre complétement le début du programme : au lieu de lire la chaine dans un fichier, on pourrait

Défi

<u>DES TRAITS ET C'EST TOUT (Exercice 12)</u>

Quel est le dernier nombre que Charles a entièrement écrit ?

On prendra I = 1 trait, L = 2 traits, U = 3 traits. On peut écrire 312 traits au maximum.
On veut éviter de calculer bêtement la somme des traits successifs jusqu'à obtenir 312 traits et trouver le dernier nombre écrit plus vite.

On va réaliser 4 tableaux à l'aide d'un tableur.
On note d'abord que les nombres 1 à 3 introduisent les 3 symboles possibles.

1	2	3
I	L	U

4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	I	I	L	L	L	U	U	U
I	L	U	I	L	U	I	L	U

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
I	I	I	I	I	I	I	I	I	L	L	L	L	L	L	L	L	L	U	U	U	U	U	U	U	U	U
I	I	I	L	L	L	U	U	U	I	I	I	L	L	L	U	U	U	I	I	I	L	L	L	U	U	U
I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U

40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73
I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	L	L	L	L	L	L	L
I	I	I	I	I	I	I	I	I	L	L	L	L	L	L	L	L	L	U	U	U	U	U	U	U	U	U	I	I	I	I	I	I	I
I	I	I	L	L	L	U	U	U	I	I	I	L	L	L	U	U	U	I	I	I	L	L	L	U	U	U	I	I	I	L	L	L	U
I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I	L	U	I

<u>Remarque</u> : Il est très facile de créer ces tableaux, on n'a pas besoin de réfléchir à la construction des nombres. D'un tableau à l'autre, on multiplie par 3 le nombre de chaque symbole sur la première ligne, et le reste du tableau se complète en rajoutant 3 fois le tableau précédent. Chaque tableau contient 3 fois plus de nombres que son précédent.

Définissons ces tableaux comme des blocs :

- Bloc noir = 1*I+1*L+1*U = 1*1+1*2+1*3 = **6 Traits**
- Bloc rouge = 3*I+3*L+3*U + 3Blocs noirs = 3*(1*I+1*L+1*U) + 3Blocs noirs
  = 6 Blocs Noirs = 6*6 = **36 Traits**

- Bloc bleu = 9*I+9*L+9*U + 3Blocs rouges = 9 Blocs Noirs + 3 Blocs Rouges

  = 9*6 + 3*36 = **162 Traits**
- Bloc vert > 3 Blocs bleus = 462*3 = 486 Traits ➔ Inutile, trop de traits à lui seul.

On commence en ajoutant 1 bloc noir + 1 bloc rouge + 1 bloc bleu = 204 traits.
On est maintenant dans le bloc vert mais on ne le prend pas en entier.

Si on rajoute juste le premier sous-bloc bleu (sans oublier les symboles qui appartiennent au bloc vert), on dépasse, le nombre est avant la fin de ce bloc.

A la place on rajoute 2 sous-blocs rouges (sans oublier les symboles qui appartiennent au sous-bloc bleu et au bloc vert), on dépasse.
Cependant on est à 204 + 2 Blocs rouges + 2*9*I + 9*I + 9*L = 204+72+27+18= **321 traits**
On rappelle qu'on est au nombre **57**. Le bon nombre doit être probablement juste avant.
Enlevons les traits du numéro 57 (premier vrai calcul de traits manuel), c'est-à-dire 9 traits.
On est à 321-9 = **312 traits,** ce qu'on recherche !!
Le dernier nombre écrit est donc **56**.

Activité extérieure

CONFERENCE : REPRESENTATION ET MESURE DE LA TERRE AU XVIe SIECLE

Karim Bouchamma, chercheur à l'IREM d'Aix-Marseille, a tenu une conférence visant à expliquer les différentes représentations et mesures qui ont été annoncées au XVIe siècle.

Ainsi pour développer son sujet, il va d'abord traiter la place des cosmographies à cette époque. Ensuite il présentera différents instruments scientifiques de mesure. Pour finir, il va nous familiariser avec certaines méthodes de mesure.

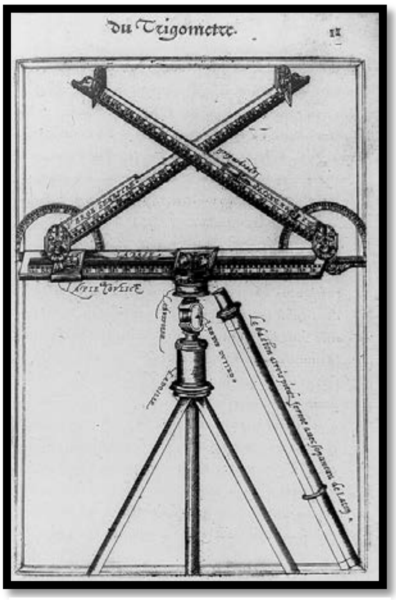
1) Place des cosmographies

Portées par un héritage grec très riche, les cosmographies sont nombreuses et variées au XVIe siècle.

Le *traité de la sphère* de **Johannes Sacrobosco** est une illustration de la représentation terrestre. Basé sur les travaux des grecs et notamment sur la mesure de la Terre d'Eratosthène, la cosmographie montre des résultats d'une très bonne précision (39 690 km pour la circonférence de la Terre). De nombreuses thématiques sont abordées telles que la division des climats ou encore les éclipses.

Une autre cosmographie est présentée, celle de **Pierre Apian**. Cette édition plus récente, que la précédente, innove en présentant des instruments scientifiques (volvelles, nocturlabe, azimuth, arbalestrille). En plus de bases de géographie, cette cosmographie dresse une représentation plus précise du monde affichant une liste de latitudes et longitudes de différentes villes du monde.

La *cosmographia Universalis* de **Sébastien Münster** donne de nombreuses précisions à travers 6 livres sur les grands pays du monde et donne une circonférence terrestre d'une grande précision (40 500 km). On y découvre de nouveaux de nouveaux instruments tels que le cercle hollandais, le carré géométrique ou encore un trigomètre.



1- Trigomètre

2- Carré géométrique

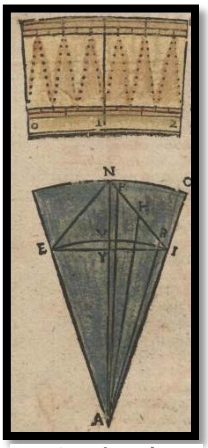
D’autres cosmographies sont aussi d’une importance notable, telles que *le livret de la raison* de **G. Frisius** et *la sphère du monde* d’**Oronce Fine**.

2) <u>Instruments scientifiques</u>

De nombreux instruments de mesure ont été mis au point à cette époque comme le podomètre ou l’odomètre.
La plupart des instruments scientifiques sont présentés dans le *livret de la raison et manière de décrire les lieux…* de **G. Frisius**.
On y trouve l’Astrolabe, le planimètre, le cercle entier à deux alidades, l’échelle géométrique.

Ensuite, dans les *Quesiti et inventioni diverse Libro V* de Niccolo **Tartaglia** on peut y découvrir les premières boussoles.

3- Bussola



4- Graphomètre

Plus tard, on peut observer les nombreux instruments de mesure inventés par **Tycho Brahé**, un astronome danois.
Un des instruments, le graphomètre, permet une nette amélioration de la précision de lecture.

Enfin, sont introduits les instruments de Willebrord **Snell**, un mathématicien. Ce dernier introduit des quadrants astronomique, de meilleure précision ou encore utilise « le compas » de proportion (décri par Galilée en 1606 et fabriqué par Jacques Aleaume en 1610) pour effectuer ses mesures sur « la circonférence ».

5- Compas de proportion

3) <u>Description, triangulation, représentation (Nouvelle mesure de la Terre)</u>

Nous allons voir différentes méthodes de faire des mesures.

D’abord la méthode d’**Alberti**, utilisée dans sa *Descritio Urbis Romae* (description de la ville de Rome), est une illustration de la façon de faire un plan précis d’une ville telle que Rome.

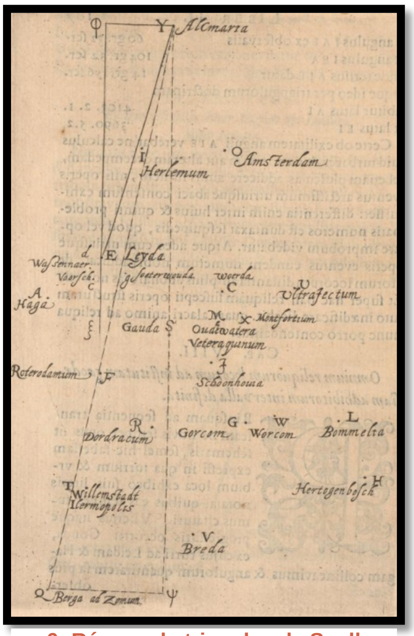
Apparait ensuite le premier traité de triangulation de **Gemma Frisius**. Cette prouesse mathématique permet de déduire graphiquement des distances, à partir de simples mesures faites sur le terrain. L’instrument notamment utilisé est la boussole.
Il se sert pour la première fois des angles en effectuant deux visées vers des points différents à partir d’un même lieu. En faisant de même depuis l’ensemble des points visés, on construit peu à peu une carte très précise (distance entre chaque lieu déterminée).

Tartagglia a deux méthodes pour représenter un lieu. La première lui fait calculer les angles puis la distance au sol entre sa position et des sommets visés autour de lui. Il n’a alors qu’à reporter les directions et longueur sur une carte à l’aide d’un compas. La deuxième l’envoie se placer sur un sommet plutôt que sa position centrale antérieure. Il note les angles formés avec le sommet suivant et mesure la distance au sol. Il fait de même pour chaque sommet. Sur la feuille il se place sur un sommet et reporte au fur et à mesure les informations.

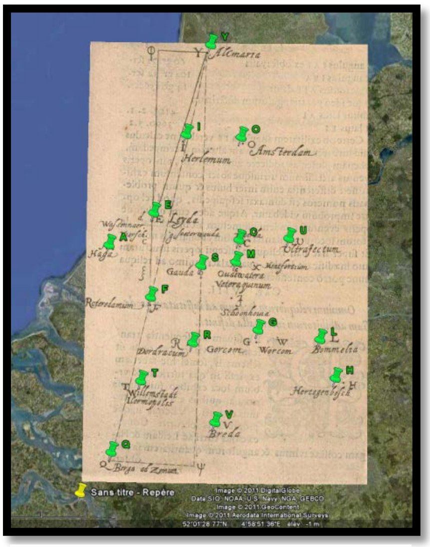
Ensuite on découvre la mesure effectuée par le mathématicien et astronome français, **Jean Fernel**. A l’aide d’observation du soleil il détermine la latitude de deux villes. Il mesure ensuite la distance entre elles et obtient un résultat de 39223 km.

Enfin la plus détaillée des mesures seraient celle de **Snell**. Son unité de mesure, « la perche de Rhénanie », utilisée avec la création d’un réseau de triangles pour former une carte va donner d’excellents résultats, mais applicable uniquement à la position où il va prendre ses mesures.

Dans son exemple il calcule d’abord la base de Leyde et son prolongement jusu’au côté formé par la ville et La Haye (élargissement de la base). Il obtient la distance entre Leyde et La Hay. Il mesure ensuite les angles du réseau, pour alors



6- Réseau de triangles de Snell



7- Superposition Google Earth entre position de Snell et position réelle

déterminer la distance en Almaar (très au nord) et Bergen op Zoom (au sud). Il peut alors détemriner l'arc du méridien entre ces deux villes. Il en déduit grâce à des observations, leur latitude ainsi que celle de Leyde.

Alors après un calcul d'un degré de méridien, il va déduire que la circonférence de la Terre au niveau de SON méridien est de 38649,4 km, ce qui est bien mais incorrect par rapport au 40074,1 km qui est le préimètre équatorial et donc la bonne circonférence de la Terre.

Sa méthode reste tout de même une référence dans le monde des mathématiques.

Bien que très intéressante, la conférence était peut-être un peu longue pour certains détails et trop courte pour d'autres. En effet certaines méthodes de mesures mériteraient une explication plus détaillée (éventuellement passer plus de temps sur un exemple et refaire les calculs). La quantité « astronomique » de diapos que l'on voit en une heure nous explique tout, mais le sujet semble être une énumération très rapide des cosmographies puis des instruments et enfin des méthodes. Certes ils sont très nombreux, mais on n'a pas le temps de comprendre une bonne partie des explications.

Cette conférence était tout de même extrêmement enrichissante. Les mathématiques ont une histoire, et ce que l'on peut apprendre est très intéressant. Le nombre important d'approches pour répondre aux mêmes questions montre avec quelle ferveur l'Homme peut se plonger dans la résolution des plus grands mystères de l'Univers. Les inventions, d'une grande ingéniosité pour les moyens de l'époque, met en avant les grands génies de cette période. Ces érudits ont mis leur savoir au service de la science et ont permis de grands progrès. Mr Bouchamma délivre ce message avec un tel intérêt, un tel respect et une telle admiration pour ses prédécesseurs, ses « collègues » du XVI^{e} siècle. L'épistémologie doit en effet avoir une place importante au sein de notre société.

Activités de cours

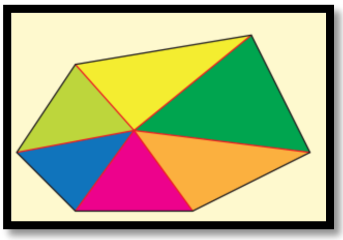
I- <u>THEOREME DE BOLYAI : PUZZLES POLYGONAUX</u>

János Bolyai, né en 1802, mort en 1860, est un mathématicien hongrois, l'un des pères de la géométrie non euclidienne.

En 1830 il a prouvé le théorème suivant : « *Lorsque deux polygones ont la même aire, on peut découper le premier en un nombre fini de polygones et les réarranger (translation, rotation) pour former le second polygone».*

Pour démontrer ce théorème, on doit passer par <u>4 étapes</u> :

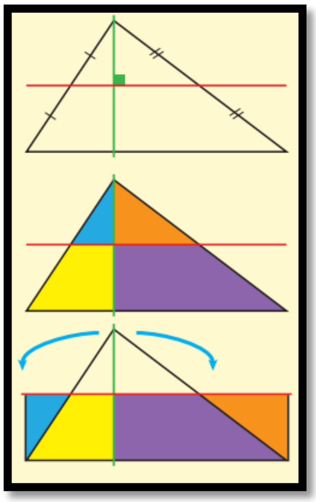
- **Etape 1** : Tout polygone peut se découper en triangles.



En effet, comme on le voit dans l'exemple, il suffit de prendre n'importe quel point à l'intérieur du polygone et de le relier aux sommets.

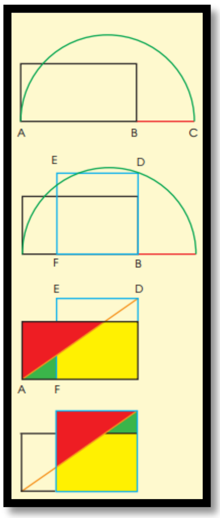
- **Etape 2** : Il est possible de passer de n'importe quel polygone à un carré de même aire par des découpages et réarrangements.

Tout polygone peut se découper en triangles. Une fois sous forme de triangle, on voudrait les transformer un par un en carré.



Dans un premier temps on veut transformer le <u>triangle en rectangle</u>. Pour cela, on identifie le côté opposé au plus grand angle du triangle. On trace une parallèle à ce côté coupant les deux autres cotés en leurs milieux. On trace ensuite la perpendiculaire à cette droite passant par le sommet grand angle. Le triangle est alors découpé en 4 pièces (2 triangles, 2 trapèzes), et par rotation on obtient un rectangle.

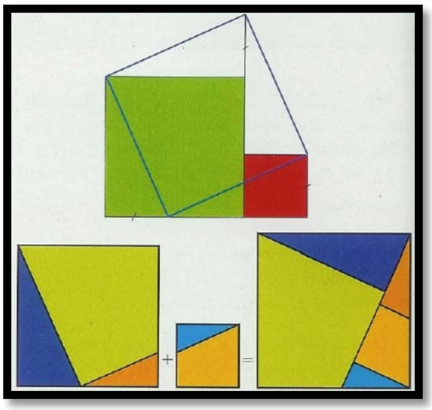
Une fois le rectangle obtenu, on veut former un <u>carré</u> de même aire.



Tout d'abord, prolongeons une longueur du rectangle en rajoutant sa largeur. Traçons alors le demi-cercle de nouveau diamètre longueur+largeur. Prolongeons ensuite la largeur du rectangle qui est à l'intérieur du rectangle jusqu'à atteindre le bord du demi-cercle. Cette nouvelle largeur obtenue sera la longueur des côtes du carré. Ensuite découpons notre rectangle en 3 pièces, comme on peut le voir sur le dessin. Il ne reste plus qu'à translater les pièces et on obtient un carré.

- **Etape 3** : Il est possible d'assembler deux carrés pour en former qu'un seul.

Pour cela, on utilise les propriétés du théorème de Pythagore.



On fait glisser le carré vert et le carré rouge dans le carré blanc. Il reste deux pièces triangulaires du carré blanc.

De plus on voit qu'il y a 2 pièces du carré vert et une pièce du carré rouge qui sont encore hors du carré.

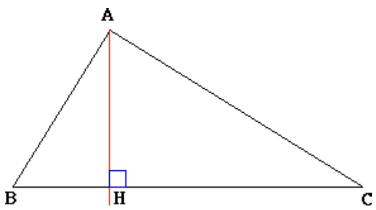
En découpant astucieusement le plus grand des deux triangles blancs, on obtient trois pièces blanches correspondant aux trois pièces colorées à l'extérieur du carré blanc. On peut donc par réarrangement reconstituer un gros carré.

- **Etape 4** : On effectue les étapes 1 à 3 pour les 2 polygones de même aire. On obtient nécessairement deux carrés identiques (même aire) aux découpages internes différents.

Il ne reste plus qu'à superposer les deux carrées et obtenir un découpage permettant de réaliser les 2 polygones.

II- <u>EXCERCICE</u>

Soit ABC, un triangle rectangle en A. Soit [AH] , la hauteur issue de l'angle droit.



Montrons que $AH^2 = BH * HC$.

D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{cases} AB^2 + AC^2 = BC^2 = (BH+HC)^2 \\ AH^2 + BH^2 = AB^2 \\ HC^2 + AH^2 = AC^2 \end{cases}$$

En remplaçant les lignes (2) et (3) dans la ligne (1), on obtient :

$\Leftrightarrow AH^2 + BH^2 + HC^2 + AH^2 = (BH+HC)^2$

$\Leftrightarrow 2*AH^2 + BH^2 + HC^2 = BH^2 + 2*BH*HC + HC^2$

$\Leftrightarrow 2*AH^2 = 2*BH*HC \Leftrightarrow \underline{AH^2 = BH * HC}$

Bilan

L'originalité de cette « matière » m'aura permis en un seul rapport d'alterner entre travaux de recherches, résumé de conférence ou encore des preuves et exercices de maths.

Cette multitude de thématiques fait de cet enseignement une mine d'or pour le futur chercheur comme pour le futur ingénieur. Nous conduisons nos propres travaux, développons notre esprit critique et continuons d'exercer la matière que nous affectionnons. Ajoutons le travail de groupe, l'autonomie, la nécessité d'expliquer et convaincre un public.

En conclusion, même si j'ai été orienté obligatoirement vers cette matière dans le cadre de ma filière prépa, je retire une grande satisfaction à avoir effectué ce travail et j'ai vécu une expérience très enrichissante.