

Ce document retranscrit l'évolution de
notre recherche mathématique autour
des problèmes de traversés.

PROBLEMES DE TRAVERSES

CAILLOL Thomas
FOULON Edouard
KERSALE Maurine

MATHS EN JEANS

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	2
I-Initialisation de nos recherches	4
a) Première approche du sujet.....	4
b) Première idée	6
1) Ne plus avoir d'objets virtuels mais des objets mathématiques	6
2) Ne plus avoir des déplacements mais des calculs	7
3) Résoudre sous forme d'arbre	8
II-Réécriture mathématique.....	10
a) Théorie des graphes.....	10
1) Initialisation du graphe.....	10
2) Vocabulaires.....	11
b) Matrice adjacente.....	12
1) Initialisation de la matrice	12
2) Première idée de calcul.....	13
3) Développement matriciel.....	15
4) Réécriture mathématique finale.....	17
III-Informatique	20
a) Matlab	20
b) Programme personnel	22
1) Première version du programme	23
2) Seconde version du programme.....	24
3) Troisième version du programme.....	24
4) Quatrième version du programme	26
BILAN.....	28
BIBLIOGRAPHIE :.....	29

INTRODUCTION

Au début de ce semestre nous avons eu le choix entre 17 différents sujets, les problèmes de traversés ont attiré notre attention car nous aimons beaucoup les énigmes.

Le sujet nous exposait 3 différents problèmes.



Le premier était celui du chou, du loup et de la chèvre. Ils veulent traverser la rivière sachant que le passeur ne peut prendre qu'un seul d'entre eux sur sa barque, et que la chèvre et le loup, ainsi que la chèvre et les choux, ne peuvent pas rester seuls ensemble.

Le suivant était celui de la famille, ici nous avons des parents, leurs deux fils, leurs deux filles, ainsi qu'un policier et un voleur. Ils veulent tous traverser la rivière mais la barque ne peut transporter que 2 personnes en même temps, de plus seul le



policier, la mère et le père peuvent conduire la barque. Ensuite le père ne peut pas rester avec ses filles sans la présence de la mère, et la mère ne peut pas rester seule avec ses fils sans le père, mais quelle famille bizarre ! Enfin le policier ne peut pas laisser le voleur avec un des membres de la famille.

Le dernier était celui de *l'éléphant et des bananes*, un éléphant a pour mission d'apporter un maximum de bananes d'une oasis A à une oasis B, distantes de 1000km. Il dispose dans l'oasis A de 3000 bananes, il peut porter au maximum 1000 bananes sur son dos. De plus pour survivre il doit manger une banane tous les kilomètres.

Nous allons maintenant vous décrire notre parcours de recherche. En premier lieu nous présenterons l'initialisation de nos recherches ; Ensuite nous développerons notre réécriture mathématique; Puis enfin nous décrirons notre programme qui permet une automatisation de la recherche des solutions.

I-Initialisation de nos recherches

Vous pourrez constater, au long de la lecture du rapport, que notre méthode de recherche est basée sur un travail en équipe. Nous nous sommes très fréquemment réunis pour réfléchir ensemble. Nous trouvons cette méthode plus enrichissante car elle permet une réflexion commune où les idées fusent et les erreurs peuvent apparaître plus facilement aux yeux d'un collègue plutôt qu'aux nôtres ce qui permet d'éviter un maximum de fausses pistes. De plus nous avons tous des facilités dans certains domaines, notamment Thomas qui est le seul d'entre nous à savoir programmer.

Nous avons donc basé notre méthode sur un travail en équipe où nous pouvons échanger nos idées, nous contredire et ainsi évoluer plus facilement, tout en s'appuyant sur les facilités des uns et des autres.

a) Première approche du sujet.

Semaine du 16/01 : Après avoir choisi notre sujet nous avons dans un premier temps résolu l'ensemble de nos problèmes à plusieurs reprises.

Notre objectif principal était de mettre en place une écriture mathématique qui, par la suite, nous permette de créer un programme trouvant les différentes solutions.

Nous nous sommes retrouvés à la bibliothèque universitaire pour essayer d'élaborer une réécriture mathématique, mais nous avons rencontré de grande difficulté à nous éloigner de cette forme énigmatique pour se rapprocher d'un problème mathématique.

Nous avons remarqué que plusieurs types de résolutions se dégagent des différents problèmes. En effet le problème *du chou du loup et de la chèvre* ressemble au problème de *la famille*, en plus simple. Il faut amener un ensemble de personnes

d'un point initial à un point final avec un certain nombre de conditions concernant leurs déplacements. Tandis-que le problème *de l'éléphant* était un ensemble de ponts dressés entre un point A et un point B, et surtout avec une optimisation du résultat.

Ainsi nous discernons deux types de problèmes de traversé, les problèmes à un seul pont où un seul état final est possible et les problèmes à plusieurs ponts où il faut optimiser le résultat.

Nous avons donc dressé une liste des aspects du jeu, afin de les rapprocher d'une écriture mathématique :

- Limites de temps ou de mouvements.
- Différents chemins possibles.
- Différents niveaux de difficultés.
- Les conditions de traversé.
- Les astuces de jeux.

Semaine du 23/01 : Lors de cette séance nous nous sommes rendu compte que nous n'avions pas réellement avancé. On réfléchissait sur les cas généraux de nos problèmes et nous nous perdions dans leurs nombreux détails. Ainsi nous avons compris qu'il fallait d'abord se concentrer sur un cas particulier (de difficulté moyenne), pour y adapter une écriture mathématique puis voir si elle peut s'appliquer à un problème plus général.

De plus nous avons pris la décision de nous concentrer sur les problèmes à solution unique. Puis, si nous avons le temps, nous essayerons de résoudre ceux à ponts multiples.

b) Première idée

Nous avons remarqué une symétrie dans le chemin pour arriver à l'état final. Une symétrie centrale, c'est-à-dire où le premier coup sera le même que le dernier, et ainsi de suite. Et une symétrie sur les conditions, par exemple la chèvre ne peut ni rester avec le loup ni avec le chou, ceci développe différents chemins de solutions qui sont symétriques, c'est-à-dire qu'ils se séparent en un point du chemin puis se rejoignent en un second point.

Après avoir longuement réfléchi à une écriture mathématique, nous avons essayé de créer notre propre calcul.

Semaine du 30/01 : → Mise en place d'un nouveau calcul pour le chou la chèvre et le loup :

Nous avons remarqué que nous pouvions dessiner ce problème en forme d'arbre ou certaines branches ne pouvaient pas être parcourues et d'autres oui. Nous ne savions pas comment retranscrire ce passage d'une branche à l'autre par un calcul mathématique connu. Nous avons donc mis en place un nouveau calcul qui reprend les conditions des problèmes. Ce calcul nous permettait :

1) Ne plus avoir d'objets virtuels mais des objets mathématiques

Nous avons remplacé les objets par des Lettres. Le chou devient X ; La chèvre = C ; Le loup = L ; Le passeur = P.

De plus les rives deviennent des situations mathématiques, et les déplacements des soustractions ou des additions.



Fig 1: Etat initial, Etat final, et déplacements.

Soit la rive de départ notée 1 et la rive d'arrivée notée 2. Par exemple nous avons X_1 L_1 C_2 P_2 lorsque la chèvre et le passeur sont sur la rive d'arrivée et le chou et le loup sont sur la rive de départ.

Ainsi on observe que l'ensemble de nos conditions devient un ensemble de combinaisons :

$X_1, C_1, L_2, P_1=1$	$X_1, C_1, L_2, P_2=0$	$X_1, C_2, L_2, P_1=0$	$X_1, C_2, L_2, P_2=1$
$X_2, C_1, L_1, P_1=1$	$X_2, C_1, L_1, P_2=0$	$X_2, C_2, L_1, P_1=0$	$X_2, C_2, L_1, P_2=1$
$X_2, C_1, L_2, P_1=1$	$X_2, C_1, L_2, P_2=1$	$X_1, C_2, L_1, P_1=1$	$X_1, C_2, L_1, P_2=1$

Après avoir trouvé ces notations, nous avons caractérisé les déplacements de la barque par un type de calcul, qui nous permet de trouver la solution.

2) Ne plus avoir des déplacements mais des calculs

Nous avons donc adapté notre notation à un calcul qui représente les mouvements de la barque :

P	l'élément neutre
A+1	l'objet passe en rive supérieur
A-1	l'objet passe en rive inférieur
A1 ou A2	l'objet reste immobile

Puis pour mieux représenter ce calcul et le rendre plus explicite nous avons décidé qu'il guidera un arbre de déplacement.

3) Résoudre sous forme d'arbre

Semaine du 06/02 : Nous avons donc dessiné un schéma qui à l'aide de notre nouveau calcul permet de dessiner l'arbre solution de notre problème.

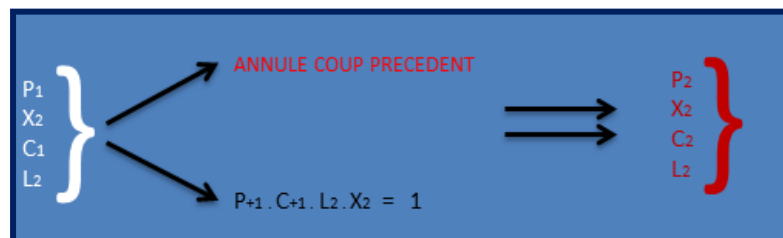
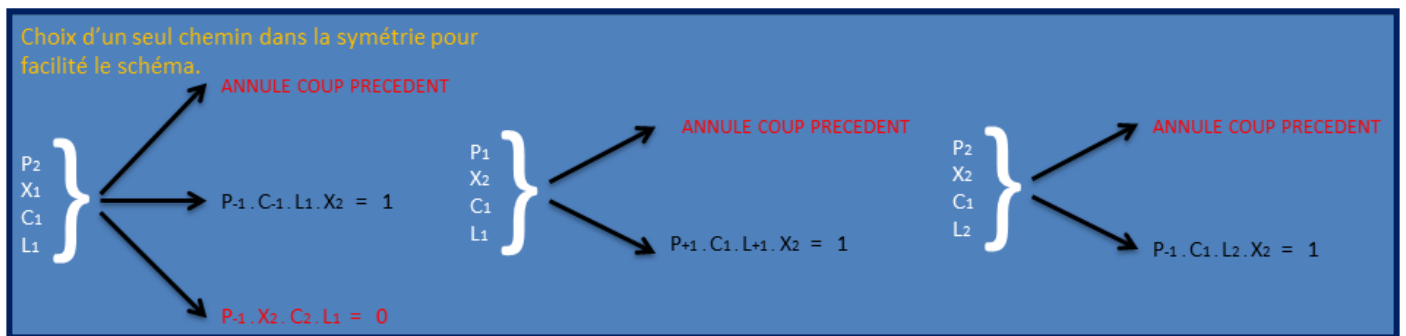
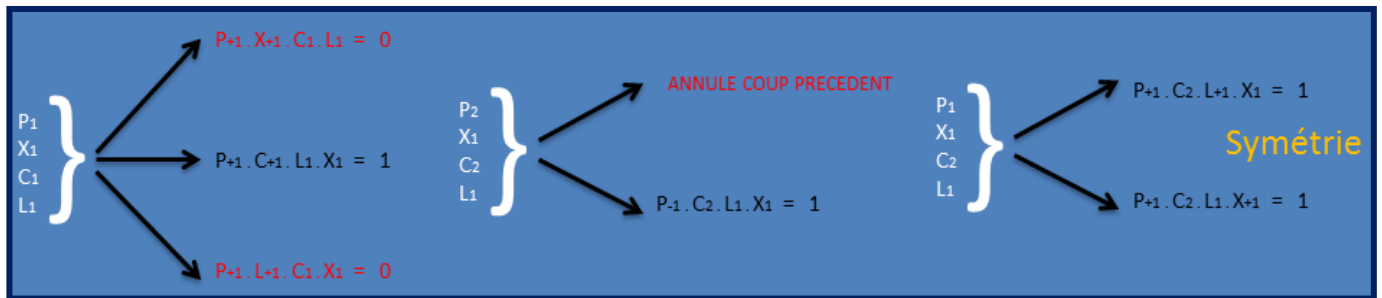


Fig 2: L'arbre des conditions.

Nous avons de cette manière remarqué que tous les coups joués peuvent être rejoués dans le sens inverse créant un retour possible mais l'on retournerait à la situation précédente sans avancer.

Néanmoins cette résolution et cette mise en place de nouveaux calculs est longue pour ce cas de difficulté moyenne. Nous avons commencé à l'adapter au cas de la famille mais non seulement cette méthode prenait énormément de temps mais en plus nous trouvions que cette méthode n'était pas une véritable réécriture mathématique mais seulement une manière différente de poser l'énigme.

Tout de même cette méthode nous a permis d'élaborer une nouvelle piste. En effet nous avons constaté plusieurs symétries dans la résolution de ce système. Nous avons donc commencé à dessiner de nombreux schémas pour les deux problèmes afin d'essayer de dégager un schéma type. Ceci nous a amené à nous renseigner sur la théorie des graphes.

II-Réécriture mathématique

a) Théorie des graphes

1) Initialisation du graphe.

Nous avons donc constaté les limites de notre première idée. Cette écriture nous permettait de rendre ce type de résolution plus lisible mais ne simplifiait en aucun cas les résolutions laborieuses. Ainsi l'idée de créer un programme permettant de lire le chemin à notre place nous a semblé obligatoire. Il nous est très vite apparu qu'avec cette notation générer un programme n'était pas à notre porté. Nous devons poser un nombre trop important de conditions. Mais ceci nous permis, en contrepartie, de voir que nous n'avions pas la clef mathématique nécessaire à un tel programme. Il nous fallait une écriture mathématique pouvant parcourir tous les problèmes de traversées.

Semaine du 13/02 : A l'aide de nos recherches sur la théorie des graphes, nous avons obtenu notre premier graphe basé sur le jeu du *Chèvre, Choux, Loup*. Ce graphe était le seul qui permettait de représenter toutes les étapes de la résolution. En effet nous pouvons constater sur le graphe ci-dessous les combinaisons possibles de l'énigme toutes reliés entre elles.

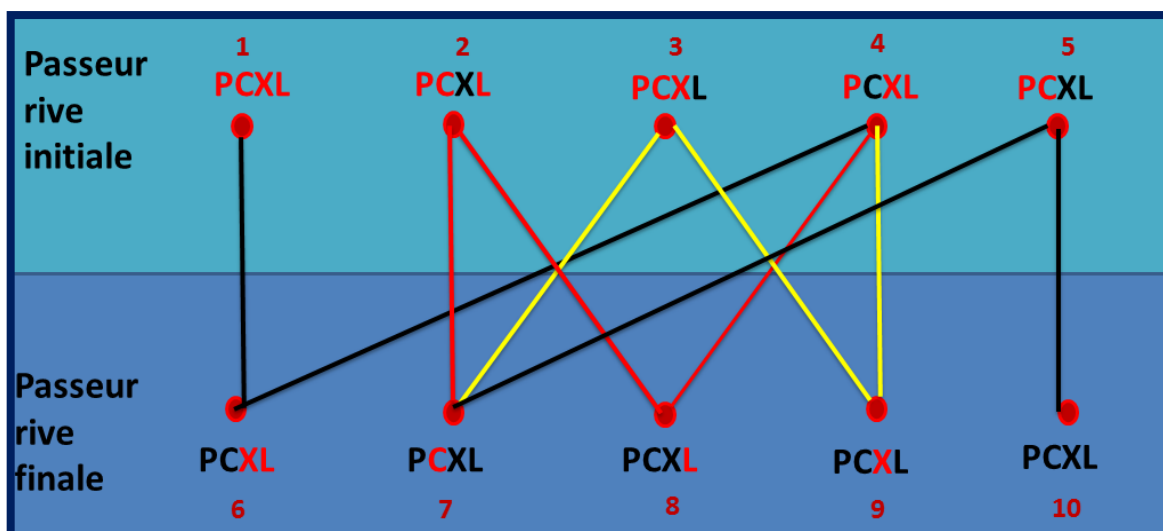


Fig. 1 : Schéma de synthèse de l'énigme « Le chou, la chèvre et le loup ». Les lettres représentent chaque sujet de l'énigme (X : Le chou, L : Le loup, C : La chèvre et P : Le Passeur).

Nous voulions maintenant diriger ce graphe par une clef mathématique, une matrice.

Nous avons au point 1 la position initiale du problème et au point 10 la position finale. Nous avons aussi en jaune et en rouge les chemins symétriques.

De ce graphe ressort plusieurs informations:

- Le nombre de sommet, ici au nombre de 10 symbolisent les positions possibles
- Le nombre d'arcs, représentant les chemins entre 2 sommets, nécessaires pour aller du point 1 au point 10

2) Vocabulaires.

La notion de graphe sera plus amplement détaillée dans le rapport de Maurine KERSALE néanmoins nous voulons faire un bref récapitulatif des notions importantes d'un graphe.

Tout d'abord nous savons qu'un graphe peut être orienté ou non-orienté, les liens d'un graphe orienté ont un sens (relie soit 1 vers 2 ou 2 vers 1) et ceux d'un graphe non-orienté sont symétriques. Notre graphe est donc bien un **graphe non-orienté**, ceci s'explique de manière concrète avec les retours de la barque.

Un graphe est un ensemble de points, dont certaines paires sont directement reliées par un (ou plusieurs) lien(s). Nous avons un graphe non –orienté donc, ces liens sont appelés **arrêtes**, et ces points sont nommés **sommets**.

A l'aide de nos nombreuses recherches sur la théorie des graphes nous avons compris qu'il nous fallait cette clef mathématique qui nous permettrait de parcourir ce graphe. Ce que nous voulions c'est une clef qui sera adaptable à tous types d'énigme de traversée à solution unique.

b) Matrice adjacente

1) Initialisation de la matrice

Semaine du 20/02 : Nous avons donc cherché cette clef permettant la création d'un programme informatique. Trois thèmes ont été mis en relation dans la recherche de cette clef :

- Nos connaissances sur la théorie des graphes.
- Les automates permettant de parcourir les seuls chemins possibles.
- Les matrices qui nous vinrent à l'esprit grâce à l'enchaînement de 1 et de 0 marquant les positions possibles ou non.

Par la suite ces différentes possibilités furent abordées de manière plus poussée, excepté les automates assez vite mis de côté. Pour les graphes il parut évident qu'il fallait déjà une clef mathématique pour le parcourir. Et pour la matrice (qui nous semblait être la meilleure solution) nous ne trouvions pas de matrices capables de marquer les positions de tous les personnages.

Ainsi après plusieurs théories sur chaque méthode (matrices 3D, symétrie des graphes, programme informatique) qui étaient finalement infructueuses, nous avons remarqué la nécessité de mettre ces solutions ensemble pour ainsi obtenir ce que nous voulions, une clé de résolutions basé sur une combinaison entre graphes et matrices.

Semaine du 27/02 : Ainsi du graphe du problème du « chou, loup, chèvre » nous avons pu créer une matrice adjacente de Taille 10x10 car nous avons dix sommets à notre graphe:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
4	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
8	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Les 1 et les 0 représentent les connexions possibles entre les sommets.

Cette matrice est générée rapidement à partir du graphe. Mais nous voulions maintenant qu'elle serve de clé pour parcourir le chemin du graphe.

2) Première idée de calcul.

Nous avons donc monté la matrice à la puissance supérieure pour passer d'un point à l'autre et ainsi notre première clé mathématique de résolution de la matrice adjacente était :

$$A \times M^n = A'$$

Où : -A = le vecteur de départ.

-M = La matrice adjacente.

-n = Un nombre entier pour monter M à la puissance suivante à chaque coup.

-A' = le nouveau vecteur obtenu en ayant fait ce calcul.

Semaine du 05/03 au 12/03 : Cette manière de calculer posait problème car très vite la matrice se complique et dans la nécessité de garder des 1 et des 0 pour une meilleure compréhension nous avons supprimé les retours dans le calcul et ainsi nous obtenons (pour le cas du « chou, du loup, et de la chèvre »):

-1ere étape: $A_0 = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$ qui est notre matrice de départ au point 1

$$A_1' = A_1 = A_0 \times M = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$$

Avec la notation « ' » pour signifier la suppression des retours prises en compte.

-2ème étape: $A_2 = (A_1') \times M = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$

$$A_2' = A_2 - A_0 = (0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

-3ème étape: $A_3 = (A_2') \times M = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0)$
 $(0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1)$

La séparation en 2 vecteurs marque ici le passage à la symétrie permettant de parcourir les 2 chemins tout en ne conservant que des 1 et des 0.

$$A_3' = A_3 - A_1' = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0)$$
$$(0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0)$$

-4ème étape: $A_4 = (A_3') \times M = (0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$
 $(0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$

$$A_4' = A_4 - A_2' = (0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$
$$(0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

$$\begin{aligned} \text{-5ème étape: } A_5 &= (A_4') \times M = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0) \\ &\quad (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_5' &= A_5 - A_3' = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0) \\ &\quad (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0) \end{aligned}$$

$$\text{Donc } A_5' = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$$

Car on observe ici la fin de la symétrie.

$$\text{-6ème étape: } A_6 = (A_5') \times M = (0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

$$A_6' = A_6 - A_4' = (0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

$$\text{-7ème étape: } A_7 = (A_6') \times M = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1)$$

$$A_7' = A_7 - A_5' = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1)$$

On a donc bien atteint le point 10 comme attendu et ainsi résolu le problème de la *Chèvre, Choux, Loup* par une combinaison de Graphe et de matrice.

Finalement nous avons notre nouvelle équation effaçant les retours :

$$A_n \times M^n - (A'^{n-2}) = A_n'$$

3) Développement matriciel.

Semaine 19/03 au 26/03: Suite à la présentation de notre projet sur diapositive à l'oral les problèmes de cette technique de calcul ressortent. Le problème majeur réside dans le dédoublement des vecteurs au moment de la symétrie qui est plus une condition imposée pour réussir le calcul, qu'un véritable outil mathématique.

De plus il faut trouver une formule permettant de connaître le nombre de sommet de chaque problème pour pouvoir générer la matrice adjacente à des problèmes plus imposants.

Nous avons tout de même réussi à développer le graphe et le calcul matriciel pour le problème de la famille. La matrice et le calcul accompagnant la résolution seront plus détaillés dans le rapport personnel d'Edouard FOULON.

Nous avons donc pu avec la méthode, expliquée sur notre compte rendu de la séance précédente, résoudre un problème bien plus long. Même si cette résolution fut effectuée à la main elle s'avère bien plus rapide qu'une simple résolution par la logique.

Notre priorité était donc maintenant de résoudre notre "magouille", et de faire des essais sur de nouvelles matrices. De plus il nous semblait intéressant de créer nous même une matrice afin de la résoudre et en faire notre propre jeu de traversée.

Avant de nous lancer dans des calculs de matrices inconnues, et pour améliorer notre technique nous avons essayé de rendre ces grandes matrices plus simples à aborder. Nous avons donc pensé à les diagonaliser. Mais on se retrouve très vite sur des racines non réelles empêchant une diagonalisation de la matrice.

Nonobstant ceci nous a permis comprendre quelles seraient les conditions à poser sur ces matrices pour qu'elles correspondent à une matrice adjacente à un graphe de jeu de traversée :

- La matrice doit être constituée uniquement de 0 et de 1.
- La diagonale doit être uniquement constituée de 0.
- La diagonale est un axe de symétrie de la matrice adjacente.

Nous cherchons encore un moyen de s'assurer que cette matrice soit optimale. A savoir qu'elle passe par tous les sommets avant d'arrêter sa progression en position finale.

Par exemple, si nous avons une matrice 10 x10, nous voulons qu'elle passe par les 10 sommets engendrés par cette matrice adjacente.

A cette séance nous en étions arrivé à un point où supprimer notre magouille nous semblait indispensable car avec ces problèmes nous ne pouvions pas programmer toutes nos écritures mathématique découvertes.

Ainsi en utilisant nos deux exemples de problèmes de traversée nous avons essayé de développer un calcul matriciel qui parcourt le chemin souhaité, tout en ayant un calcul assez général pour pouvoir l'adapter à n'importe quel problème !

4) Réécriture mathématique finale.

Semaine 02/04 : Nous avons fini par remarquer que si nous n'enlevions pas les retours, comme dans la méthode précédente, nous exécutons ainsi l'ensemble du calcul jusqu'à trouver un chiffre sur la dernière colonne de notre vecteur position ce qui correspond à notre vecteur final.

Ensuite une fois que nous avons l'ensemble de nos vecteurs positions, (par exemple nos 7 vecteurs positions pour le cas « du chou, du loup ; et de la chèvre ») nous avons pris le minimum différent de zéro de chaque vecteur, puis nous avons remplacé ce chiffre par « 1 » et tous les chiffres supérieurs à ce minimum par zéro.

Exemple : Prenons ce vecteur pris complètement au hasard :

$$A_3 = (0\ 4\ 0\ 7\ 7\ 9\ 0\ 2\ 2\ 0)$$

Une fois un tel vecteur obtenu nous appliquons notre méthode, on obtient donc ce nouveau vecteur:

$$A_3 = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0)$$

Puisque 2 était la valeur minimale différente de zéro.

Ainsi nous avons une réécriture mathématique qui nous semblait assez performante et complète pour être programmée et ainsi générer les solutions automatiquement.

Pour démontrer notre écriture mathématique nous allons exécuter notre calcul pour le cas « du chou, du loup, et de la chèvre » :

1) Le calcul.

-1ere étape: $A_0 = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$ qui est notre matrice de départ au point 1

$$A_1 = A_0 \times M = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$$

Ici nous obtenons directement le vecteur position A_1 , car nous avons seulement des « 0 » et des « 1 » dans le vecteur.

-2ème étape: $A_2 = A_1 \times M = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$

-3ème étape: $A'_3 = A_2 \times M = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 2\ 0\ 1\ 1)$

Ici nous n'avons pas que des « 0 » et des « 1 » nous gardons donc A'_3 pour le reste du calcul et nous le transformerons en notre vecteur position à la fin.

-4ème étape: $A'_4 = A'_3 \times M = (2\ 1\ 1\ 3\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$

-5ème étape: $A'_5 = A'_4 \times M = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 5\ 2\ 4\ 4)$

-6ème étape: $A'_6 = A'_5 \times M = (5\ 6\ 6\ 13\ 2\ 0\ 0\ 0\ 0)$

-7ème étape: $A'_7 = A'_6 \times M = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 18\ 14\ 19\ 18\ 2)$

2) La transformation en vecteur position.

-Nous avons donc :

$$A_1 = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$$

$$A_2 = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

-De plus nous avons les transformations suivantes:

$$A'_3 = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 2\ 0\ 1\ 1\ 0) \longrightarrow A_3 = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0)$$

$$A'_4 = (2\ 1\ 1\ 3\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0) \longrightarrow A_4 = (0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

$$A'_5 = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 5\ 2\ 4\ 4\ 0) \longrightarrow A_5 = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$$

$$A'_6 = (5\ 6\ 6\ 13\ 2\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0) \longrightarrow A_6 = (0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

$$A'_7 = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 18\ 14\ 19\ 18\ 2) \longrightarrow A_7 = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1)$$

-Nous pouvons donc grâce à cette écriture programmer mais aussi remarquer directement les symétries (quand il y a deux « 1 » sur le même vecteur position) et les déplacements d'un sommet à un autre.

III-Informatique

a) Matlab

Semaine 09/04 au 16/04 : Matlab est un logiciel permettant d'effectuer nombre d'opérations mathématiques de manière informatique. Ce logiciel est payant, particulièrement onéreux d'ailleurs, mais nous avons pu l'utiliser pendant la durée des recherches, grâce à Marion KERSALE qui nous a gentiment prêté son ordinateur.

En rapport avec notre projet, Matlab nous permet d'effectuer les calculs matriciels à notre place.

Pour cela, il nous suffit de rentrer manuellement la matrice adjacente correspondante à un problème, puis de rentrer le vecteur correspondant au point d'origine, et ensuite on peut demander au logiciel d'effectuer toutes les étapes de calcul et de les afficher.

A ce niveau-là, une hypothèse de calcul était, pour savoir à chaque étape quels points étaient reliés, de remplacer le nombre minimum du vecteur (0 non compris) par un 1, le reste par 0, uniquement sur le moment, pas pour le reste des calculs. Ceci nous permet pour faire les graphiques de voir à quel « point » nous sommes.

Exemple : (12 65 15 2 0 16 85 0)

↓

(0 0 0 1 0 0 0 0)

Donc, le point atteint à cette étape est le point 4

Bien évidemment, Matlab peut s'occuper de cette manipulation de manière automatique.

PS : Au point A2, il y aura le point d'origine dans le vecteur, il n'est pas à prendre en compte.

Au final, Matlab peut nous permettre de s'affranchir de la plus longue partie du travail, c'est-à-dire le calcul matriciel. Le problème étant pour l'instant de savoir s'il est possible de faire en sorte que le graphe soit fait de manière automatique, et de voir s'il est possible de générer automatiquement des matrices susceptibles de correspondre à un problème de traversées.

Exemple de fonctionnement de Matlab dans notre cas :

On écrit d'abord la matrice adjacente correspondante au problème étudié, ici celui du chou du loup et de la chèvre, que l'on nomme ici F :

F =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
4	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
8	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

On écrit le vecteur, que l'on nomme ici A :

A = 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0

On programme la manipulation des nombres pour faire en sorte que seuls des 1 et 0 s'affichent.

Et ensuite, il nous suffit de demander :

A1 = 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0

A2 = 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0

A3 = 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0

Etc.

Matlab nous permet donc de gagner un temps considérable !

b) Programme personnel

Semaine 23/04 : Mais en complément à Matlab, nous avons créé un programme nous permettant de faire toute sorte de manipulations pouvant nous intéresser dans notre cas, de manière plus simple que Matlab.

En effet, Matlab est un logiciel assez complexe sur certains points, et surtout très peu personnalisable. Ainsi en créant notre propre programme nous pouvons gagner du temps sur de nombreux points.

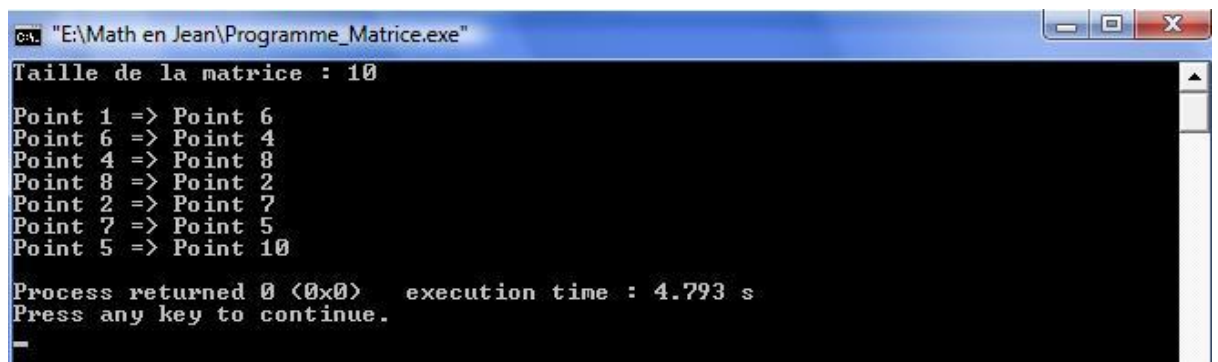
1) Première version du programme

Le programme permet de récupérer la matrice dans un fichier texte appelé « matrice.txt » dans le même dossier que le programme, de s'occuper de tous les calculs, et d'afficher le cheminement des points.

Donc dans le fichier matrice.txt, il suffit de mettre la matrice en rapport avec le problème nous intéressant.

Le logiciel demande ensuite uniquement la taille de la matrice, et le programme démarre.

En image, cela donne ceci :



```
"E:\Math en Jean\Programme_Matrice.exe"
Taille de la matrice : 10
Point 1 => Point 6
Point 6 => Point 4
Point 4 => Point 8
Point 8 => Point 2
Point 2 => Point 7
Point 7 => Point 5
Point 5 => Point 10
Process returned 0 (0x0)   execution time : 4.793 s
Press any key to continue.
```

Avantages :

- Comparé à Matlab, le programme récupère uniquement l'intérêt du vecteur, c'est-à-dire le cheminement de points, et simplifie donc la conception d'un graphique. Il fonctionne aussi plus rapidement et simplement que Matlab

Problèmes à résoudre :

- Pour l'instant, le problème ne prend pas en compte la symétrie
- Le résultat est sous forme de « Point 1 => Point 6 », peu personnalisé.

2) Seconde version du programme

Une nouvelle version du programme permet, si l'utilisateur le désire, de lire dans un fichier texte.txt placé dans le même dossier, les informations à donner à la place de « Point 1 » etc.

Le fichier texte.txt devra être sous cette forme :

- Chaque personnage devra correspondre à un caractère.
- La ligne 1 devra contenir la configuration du point 1
- Un – symbolisera la séparation entre la rive 1 et la rive 2

Par exemple, le fichier texte.txt représentant le problème du chou du loup et de la chèvre contient :

PCLX-

PCL-X

PCX-L

PXL-C

PC-XL

XL-PC

C-PXL

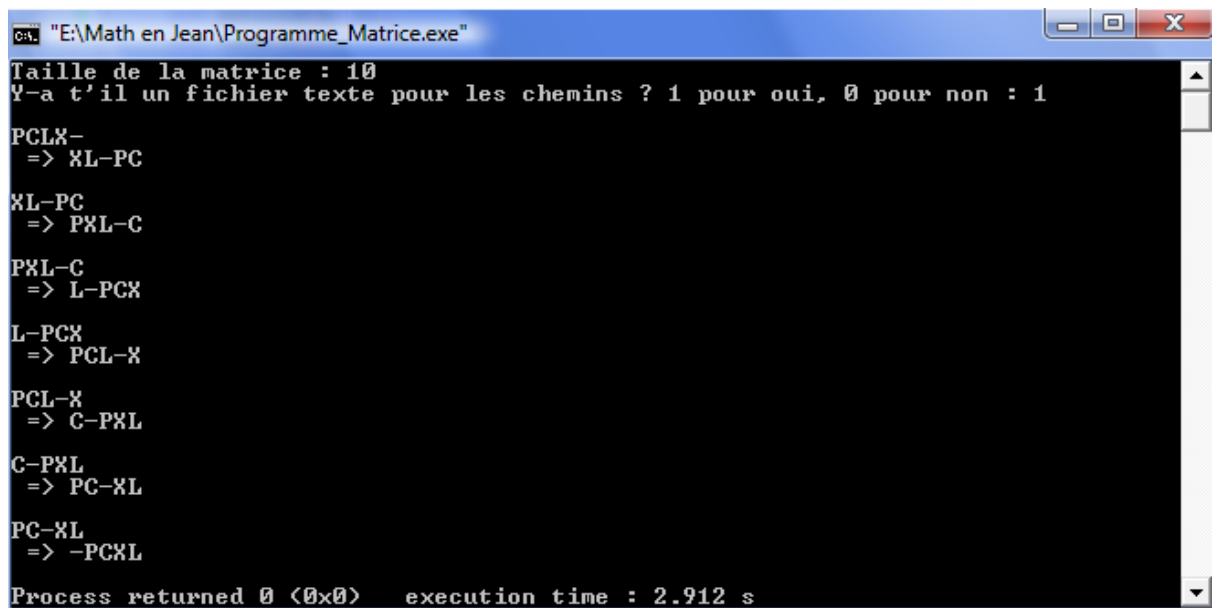
L-PCX

X-PCL

-PCXL

Avec P le passeur, C la chèvre, L le loup, et X le chou.

Donc si on utilise cette configuration, en image, cela nous donne ceci :



```

E:\Math en Jean\Programme_Matrice.exe
Taille de la matrice : 10
Y-a t'il un fichier texte pour les chemins ? 1 pour oui, 0 pour non : 1
PCLX-
=> XL-PC
XL-PC
=> PXL-C
PXL-C
=> L-PCX
L-PCX
=> PCL-X
PCL-X
=> C-PXL
C-PXL
=> PC-XL
PC-XL
=> -PCXL
Process returned 0 (0x0)   execution time : 2.912 s

```

Avantages :

- Affichage plus personnalisé, permettant en même temps de voir la résolution du problème concret et de simplifier la création manuelle d'un graphique personnalisé.

Problèmes à résoudre :

- Toujours la symétrie

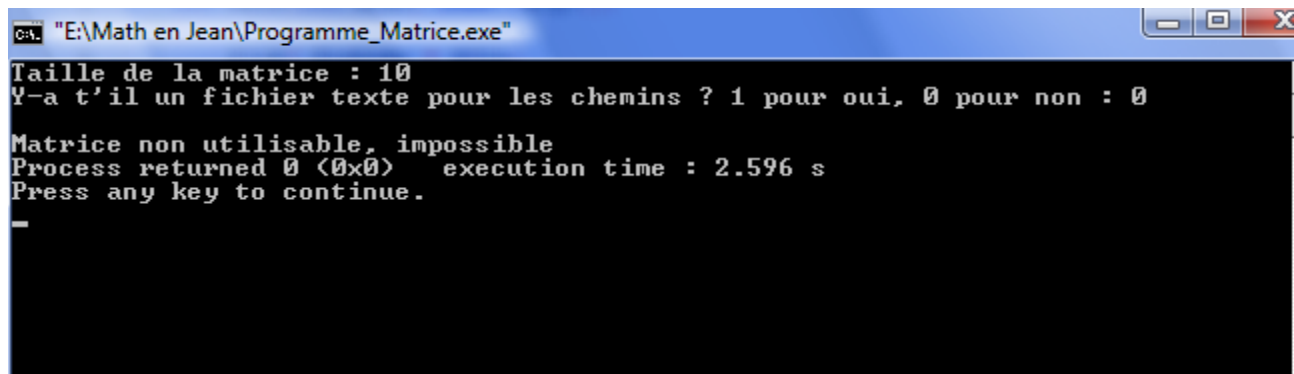
3) Troisième version du programme

Semaine 30/04 : D'abord nous avons fait une correction du programme précédent, une erreur de programmation au niveau de la lecture du fichier texte.txt faisait que le programme ne pourrait pas marcher quand on testera le programme dans la version littérale sur le problème de la famille. Le programme doit donc maintenant demander, si on veut utiliser le texte, le nombre de personnages présents dans le problème.

Une autre nouveauté est que le programme teste la matrice pour vérifier qu'elle est bien symétrique, qu'il n'y a pas de chiffres différents de 0 et 1 dans la matrice, et qu'il n'y a pas de 1 sur la diagonale. Le cas échéant, le programme s'arrête avec un message d'erreur.

Pour exemple, ici on place un 1 sur la diagonale dans la matrice du chou loup etc.

Ce qui nous donne en image :



```

C:\> "E:\Math en Jean\Programme_Matrice.exe"
Taille de la matrice : 10
Y-a t'il un fichier texte pour les chemins ? 1 pour oui, 0 pour non : 0
Matrice non utilisable, impossible
Process returned 0 (0x0) execution time : 2.596 s
Press any key to continue.
-
```

Avantage :

- Normalement, le mode littéral est généralisé, c'est à tester.
- Le problème teste la matrice avant de la calculer, ce qui permet d'éviter les résultats aberrants.

Problèmes à résoudre :

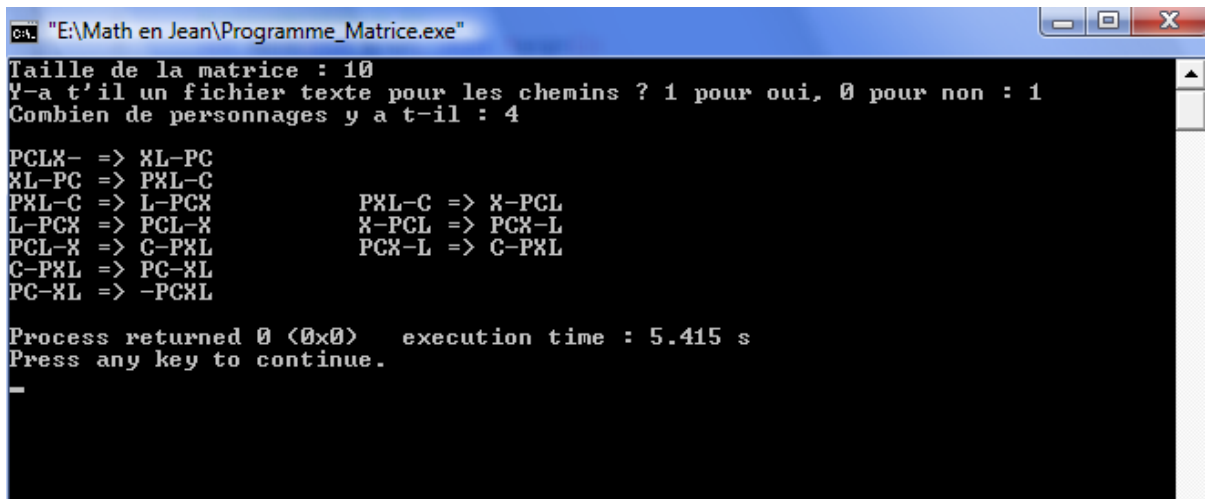
- Toujours le même

4) Quatrième version du programme

La symétrie a enfin été programmée. On peut donc, plutôt que suivre uniquement un des chemins possible, suivre la totalité des chemins. Donc, d'un point de vue ludique ça ne change pas le problème, mais d'un point de vue mathématique ça nous permet de tracer tous les chemins sur un graphique.

Par qualité esthétique, il a fallu corriger l'étrange affichage du mode littéral qui sautait une ligne constamment comme on peut le voir plus haut.

En image, pour le mode littéral du problème du chou, du loup, et de la chèvre :

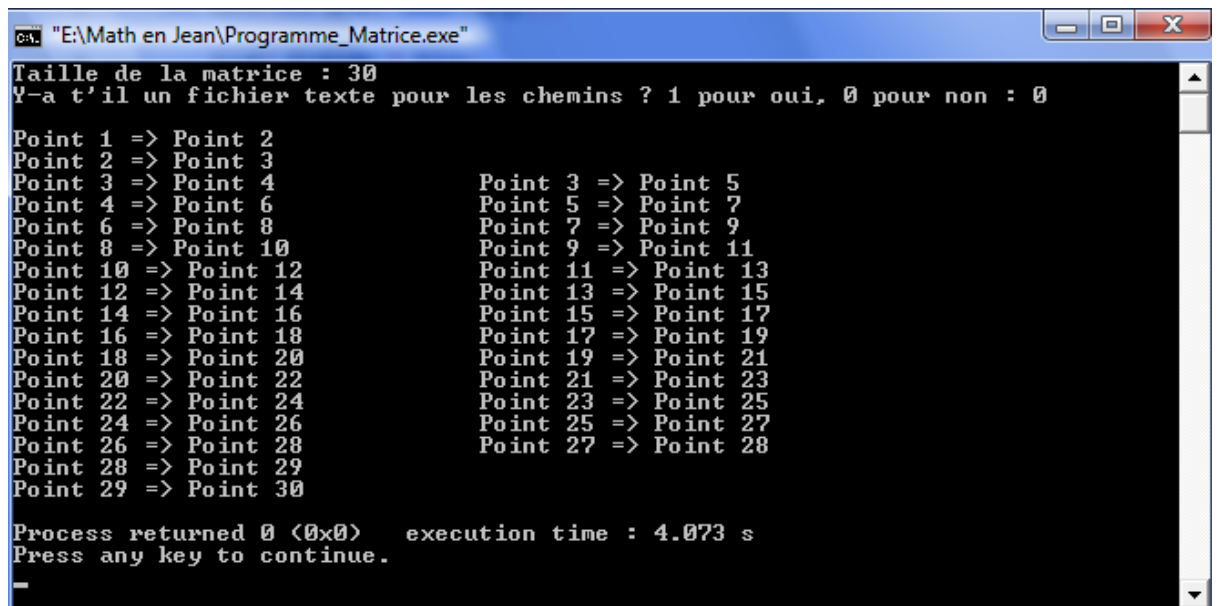


```
"E:\Math en Jean\Programme_Matrice.exe"
Taille de la matrice : 10
Y-a t'il un fichier texte pour les chemins ? 1 pour oui, 0 pour non : 1
Combien de personnages y a t-il : 4

PCLX- => XL-PC
XL-PC => PXL-C
PXL-C => L-PCX
L-PCX => PCL-X
PCL-X => C-PXL
C-PXL => PC-XL
PC-XL => -PCXL
PXL-C => X-PCL
X-PCL => PCX-L
PCX-L => C-PXL

Process returned 0 (0x0)   execution time : 5.415 s
Press any key to continue.
```

Pour le mode « Point 1 » du problème de la famille :



```

E:\Math en Jean\Programme_Matrice.exe
Taille de la matrice : 30
Y-a t'il un fichier texte pour les chemins ? 1 pour oui, 0 pour non : 0

Point 1 => Point 2
Point 2 => Point 3
Point 3 => Point 4
Point 4 => Point 6
Point 6 => Point 8
Point 8 => Point 10
Point 10 => Point 12
Point 12 => Point 14
Point 14 => Point 16
Point 16 => Point 18
Point 18 => Point 20
Point 20 => Point 22
Point 22 => Point 24
Point 24 => Point 26
Point 26 => Point 28
Point 28 => Point 29
Point 29 => Point 30

Point 3 => Point 5
Point 5 => Point 7
Point 7 => Point 9
Point 9 => Point 11
Point 11 => Point 13
Point 13 => Point 15
Point 15 => Point 17
Point 17 => Point 19
Point 19 => Point 21
Point 21 => Point 23
Point 23 => Point 25
Point 25 => Point 27
Point 27 => Point 28

Process returned 0 (0x0)   execution time : 4.073 s
Press any key to continue.

```

Avantages :

- On a enfin tout le tracé possible pour les problèmes. Ce qui peut nous permettre de commencer peut-être à créer des matrices pouvant être des problèmes, et de les tester directement avec le programme.

Craintes :

- Voir ce que peut donner le programme en cas de problème complexe avec des symétries qui se rejoignent, ou autre.

Projets :

- Voir s'il est possible que le graphe se construise de manière automatique

BILAN

Pour conclure nous pouvons remarquer que nous sommes tout d'abord partis d'une fausse piste mais ceci nous a permis d'une part d'adapter notre méthode de travail et surtout de nous guider vers notre idée principale. Ensuite nous avons suivi cette idée de graphe, lu de nombreux cours sur cette théorie pour enfin développer une matrice adjacente. Cette clef mathématique, nous permet d'aller d'un point à un autre du chemin par un simple calcul matriciel. Puis finalement nous avons développé plusieurs programmes qui permettent de créer nos propres problèmes, de savoir s'ils sont solvables et si c'est le cas de les résoudre.

Néanmoins il y a certains objectifs que nous n'avons pas eu le temps d'atteindre. Notamment mettre en place un programme qui dessine le graphe en se basant sur notre programme qui donne les vecteurs positions.

Nous n'avons pas eu le temps de mettre en place une méthode rapide qui nous permette, à partir de n'importe quel problème de traversé à un pont, de générer un nombre minimum de sommets. Nous avons mis un certain temps à générer les sommets minimum du graphe. Or cette étape est indispensable dans la mise en place de la matrice adjacente qui nous donne les solutions.

Nous voulions aussi adapter notre méthode aux problèmes d'optimisations, comme l'énigme de l'éléphant et des bananes.

Nous tenions à préciser que ce cahier de bord a été rédigé tout au long de ce semestre puis mise en forme de rapport pour une lecture plus agréable.

BIBLIOGRAPHIE :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_des_graphes

<http://cours.ensem.inpl-nancy.fr/cours-dm/graphes/Graphes.pdf>

Ces sites nous ont surtout étaient utiles dans la compréhension de la théorie des graphes. En effet nous sommes étudiants en licence 2 Physique chimie nous n'avions donc jamais étudié cette théorie.

Nous avons aussi utilisé : MATLAB. Un logiciel qui nous a permis de vérifier tous nos calcul, et d'en faire d'autres beaucoup plus rapidement. Nous remercions Marion KERSALE de nous avoir prêté son ordinateur, à plusieurs reprises, afin que nous puissions utiliser MATLAB.