MATH EN JEANS

PROBLEMES DE TRAVERSES

Ce document retranscrit l'évolution de notre parcours, mais nous discuterons plus de la théorie des graphes.

Maurine KERSALE

Licence 2

Physique-Chimie

01/05/2012

Sommaire

INTRODUCTION

Au début du semestre des maths en jeans 1 nous avons eu le choix entre plusieurs thèmes. Notre but était d'en choisir un et essayer de montrer que les maths sont partout et que cela nous permet de résoudre énormément de problèmes. Mon attention a très vite était attiré par les problèmes de traversés, ces énigmes m'ont toujours passionnées et trouver une manière mathématique de les résoudre me semblait très intéressant.

Au long du semestre de math en jeans nous avons essayé, avec Thomas Caillol et Edouard Foulon, de développer une méthode qui nous permettrai de transformer ces problèmes énigmatiques en problèmes entièrement ré solvables avec les mathématiques. Puis ensuite, si notre réécriture mathématique était assez poussée, de développer un programme autour d'elle, à fin de l'automatiser.

Au long de ce rapport je vais donc expliquer en premier lieu des explications plus détaillées de notre raisonnement mathématique, en particulier sur la théorie des graphes, puis enfin un compte-rendu d'une des activités extérieurs auquel nous avons participé.

I-Ma vision de nos recherches.

a) La première approche du sujet.

Lors de notre premier cour de Math en Jeans, Monsieur Casseigne et Monsieur Beddou nous ont présenté 17 différents sujets. J'ai de suite voulu choisir le sujet des problèmes de traversés car pour l'approche mathématique de ces différentes énigmes n'était pas évidente et de ce fait bien plus intéressante.

Ces problèmes sont multiples nous nous sommes plus concentré sur les problèmes du type « le choux, la chèvre, et le loup. » ou la « famille ». Dès que nous avons choisi ce sujet nous les avons résolus à de nombreuses reprises afin de mieux nous les approprier.

Néanmoins nous avons eu de nombreuses difficultés à trouver une approche mathématique à ces problèmes. Tout d'abord parce que nous essayions dès le début de trouver une généralisation avant de s'intéresser au cas particulier.

Une fois que nous avons compris qu'il fallait s'intéresser aux plus petits problèmes avant de généraliser nous avons commencé à explorer une piste mathématique. Nous voulions créer une nouvelle forme de calcul. De manière à créer une sorte d'arbre de probabilité guidé par ses calculs.

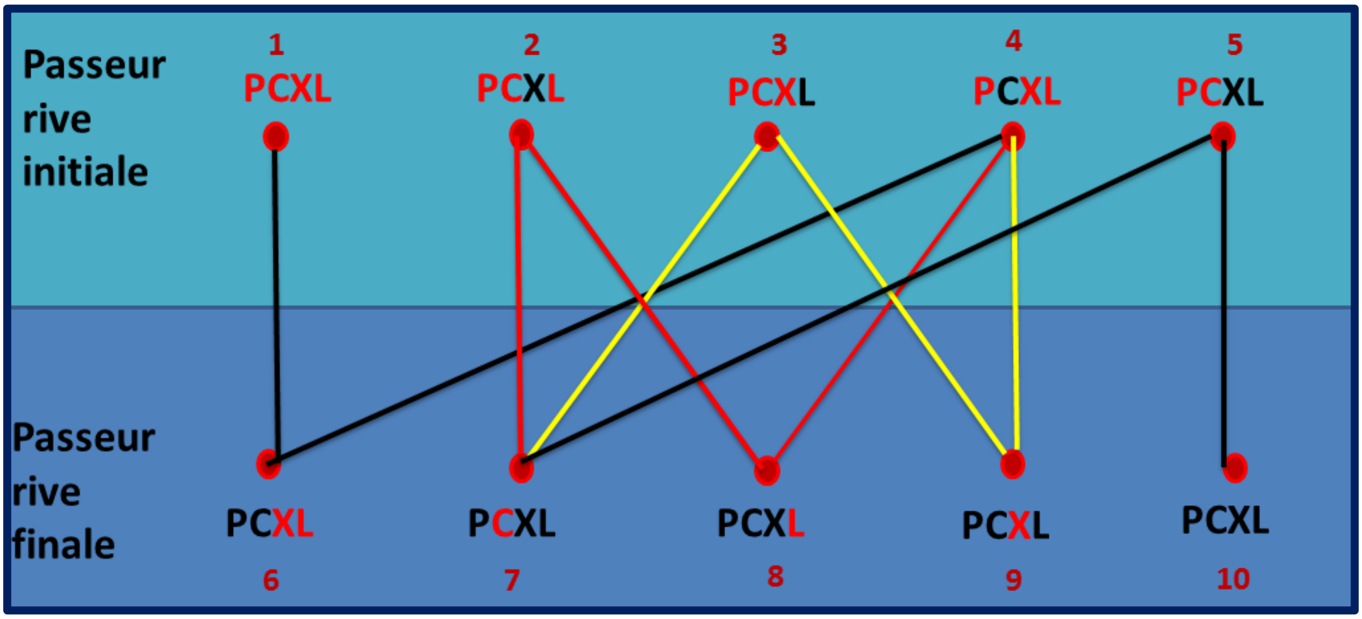
Néanmoins nous avons remarqué que poser autant de conditions pour un problèmes à si peu de contraintes n'était pas très compliquer mais pour un problèmes un peu plus compliquer comme la famille les conditions devenaient bien trop longues, importantes, et contraignantes pour les calculs. Nous avons donc abandonné cette idée.

b) Notre idée phare.

1) Initialisation

Après l'abandon de notre première idée j'ai tout de même continué à me renseigner sur un genre d'arbre de probabilité. De plus j'ai commencé à remarquer la symétrie présente dans ces problèmes. Pour montrer cela j'ai fait de nombreux schémas en essayant de trouver celui qui exprimerait le mieux la symétrie.

Celui qui me semblait le plus parlant était le schéma suivant :

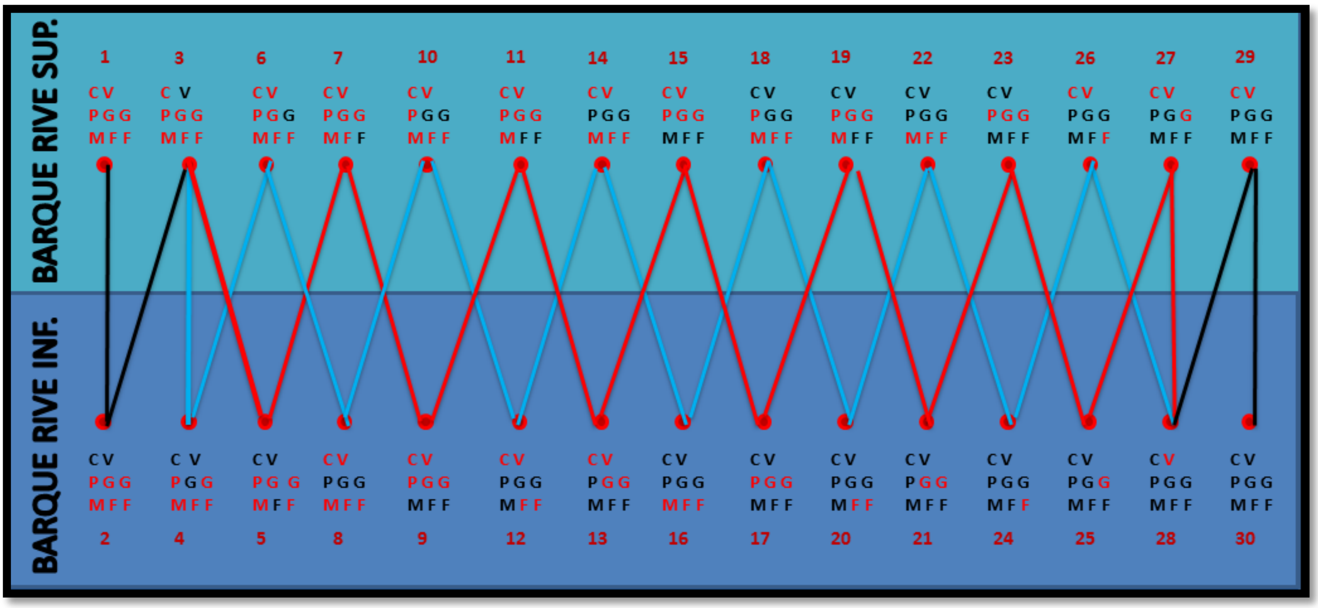


Nous n'avons pas représenté les positons impossibles. En effets ces dix points sont les 10 combinaisons possibles de ce problème, car seuls ces points permettent d'accéder à la solution. Rappelons que le X correspond au chou, le L au loup, le C à la chèvre, puis le P au passeur. Ce schéma représente en fait le déplacement de la barque.

Ce n'est qu'après de multiples recherches que j'ai mis ce schéma en rapport avec la théorie des graphes. En effet ce schéma correspond a un graphe non orienté.

Néanmoins pour être sur que ceci n'était pas une coïncidence j'ai réalisé le même type de graphe pour le problème de la famille. Avec la représentation uniquement des combinaisons possibles, et le déplacement représentant la position de la barque.

Le graphe de la famille :



Nous remarquons ici les mêmes caractéristiques que pour l'exemple du chou du loup et de la chèvre. C'est-à-dire des chemins symétriques, une symétrie dans les coups initiaux et finaux (le déplacement final sera l'inverse du déplacement initial et ainsi de suite), les retours sont présents.

Avant de continuer mon explication sur l'implication de cette théorie dans l'avancement de nos recherches je vais d'abord définir précisément ce que c'est qu'un graphe, et en particulier quels types de graphes nous avons. Car ses recherches m'ont été indispensables à la poursuite de nos recherches.

2) Notions de graphes

Tout d'abord je tenais à préciser que la théorie du graphe est une branche des maths discrètes. Elle se rapproche un peu de la notion de binaire. Cette théorie est tout particulièrement utilisée en génétique ou encre dans l'étude des réseaux de télécommunications, sociaux, informatiques…

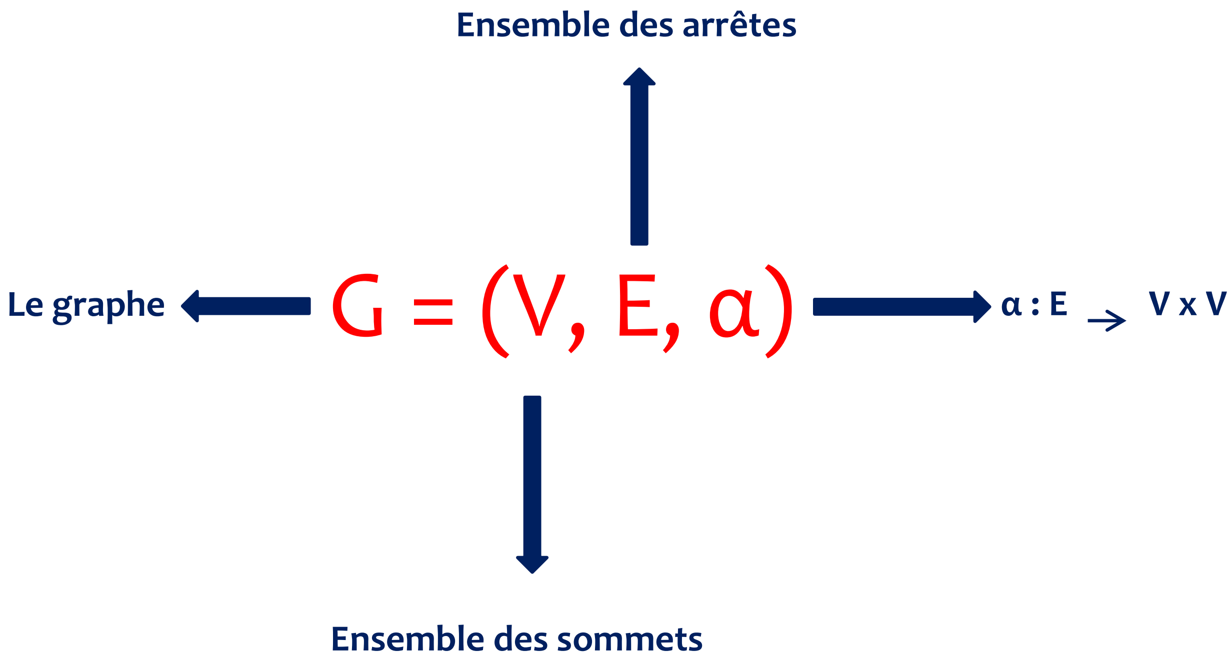
Comme nous l'avons dit dans notre rapport commun nous avons ici le cas d'un graphe non-orienté. En effet nous observons des liens qui relient les différents points de notre graphe. Or ces liens peuvent être parcoures dans un sens comme dans un autre, ce qui exprime la notion de retour dans notre problème. Alors notre graphe devient un graphe non-orienté, les liens symétriques sont alors nommés **arrêtes** et les points sont des **sommets**.

Ensuite lorsque nous parlons **d'ordre d'un graphe** nous faisons référence aux nombre de sommets qu'il possède. Tandis que **le degré d'un sommet** est le nombre d'arrêtes dont ce sommet est l'extrémité. Dans notre cas nous avons au minimum une arrête pour le sommet initial et pour le final, mais pour tous les autres nous avons au minimum des sommets de degré deux, pour exprimer le retour possible.

De plus nous pouvons remarquer que dans notre graphe il n'y a pas de **liens multiples**, c'est-à-dire des arrêtes qui relient la même paire de point. De plus nous n'avons pas de **boucles**, c'est-à-dire une arrête qui lie un point à lui-même. L'absence de ces deux types d'arrêtes implique que nous avons un graphe dit simple.

Nous avons donc dans notre cas un **graphe non-orienté simple**. Ceci n'est pas un simple souci de langage mathématicien, ces particularités vont être indispensables à la construction de notre méthode générale applicable à tous les problèmes de ce type.

Ce type de graphe est noté :



Nous pouvons constater, grâce à cette notation, que notre graphe a besoin d'une clef mathématique pour le guider.

3) La mise en relation avec une clef

J'ai essayé de mettre en relation ce que nous savions sur les graphes pour essayer de mettre ses connaissances dans une clef mathématique. Après plusieurs pistes infructueuses nous avons pensé à une matrice.

Cette matrice est une matrice 2D qui regroupe l'ensemble des propriétés de nos graphes.

Prenons, pour mieux illustrer nos propos, la matrice adjacente a notre grpahe du chou, du loup, et de la chèvre est :

M=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
4	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
8	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Pour mettre en relation le graphe et la matrice j'ai préféré faire un tableau explicatif :

Caractéristique d'un graphe	**Caractéristiques de la matrice**	**Exemple « du chou, du loup, de la chèvre »**
Graphe d'ordre n	Une matrice n x n	Graphe à 10 sommets et matrice 10 x 10
Les conditions / les liens	$\begin{cases} 1 & \text{si } (u_i, uj) \in E \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	Les arrêtes possibles (repst. impossibles) sont des « 1 » (respt. « 0 ») dans la matrice
Pas de Liens multiples	Uniquement des 0 et des 1 dans la matrice	Voir matrice ci-dessus
Pas de boucles	Des 0 sur toute la diagonale de la matrice	Voir matrice ci-dessus
Degré des sommets	Plusieurs 1 sur une même ligne de la matrice	Le sommet 3 est de degré 2 donc il ya deux « 1 » sur la ligne 3 de la matrice
Non-orienté	Au minimum deux « 1 » sur chaque ligne de la matrice sauf la ligne qui correspond au sommet initial et final	Voir matrice ci-dessus

Ceci nous a permis de développer une méthode type de construire nos matrices adjacentes pour tous types de problèmes de ce type.

Pour plus d'explications sur le calcul qui nous permet d'arriver à la solution ainsi que le programme que nous avons créé pour automatiser la recherche de solution je vous laisse lire le rapport d'Edouard FOULON et celui de Thomas CAILLOL, ainsi que notre rapport collectif.

II-Compte rendu d'une activité extérieur

Le mercredi 28 avril nous avons participé au zouk des sciences à *Avant Cap*. Nous avons installé notre stand avec M. Casseigne et un des groupes de maths en jeans 2, avant l'ouverture du centre commercial. En attendant que le centre ouvre nous avons regardé les expériences sur la musique de nos amis de math en jeans 2, et les casse-têtes de M. Cassaigne. Je tenais à retranscrire cette activité car je l'ai vraiment trouvé très intéressante en plusieurs points.

Tout d'abord j'ai apprécié l'esprit de cette démarche, essayé d'intéresser tout le monde avec la science. De plus chaque stand avait une particularité et permettait d'éveiller l'attention de tout le monde, on pouvait extraire l'ADN d'une banane, visiter les astres, s'intéresser à la biologie grâce aux plantes, etc. De plus on a pu constater une réelle entre-aide entre les animateurs d'atelier, on s'intéressait tous aux ateliers des uns des autres, on n'hésitait pas à surveiller le stand du voisin qui devait s'absenter…

Néanmoins je dois avouer qu'au début cette opération me semblait vraiment compliquée. C'est-à-dire que je pensais que personne n'allait s'arrêter car nous étions dans un centre commercial, lieu où les visiteurs consomment et ne cherchent pas vraiment à enrichir leurs connaissances. Mais je dois admettre avoir été agréablement surprise, en effet non seulement beaucoup de clients se sont arrêtés à notre stand et en plus sont restés ! Nous avons aussi constaté à quel point les enfants pouvaient être intéressés par nos énigmes, ils voulaient vraiment résoudre par eux-mêmes les énigmes avec seulement quelques indices. Les parents quant à eux pensaient que les solutions aux énigmes étaient faciles mais lorsqu'ils s'y intéressaient plus particulièrement ils se rendaient compte de leurs difficultés et cherchaient à leur tour.

Au cours de la journée notre manière d'aborder les maths avec les visiteurs a changé. Tout d'abord nous sommes arrivés avec notre poster projeté sur l'ordinateur, puis nous nous sommes rendu compte que notre stand n'était pas attractif. Nous sommes donc allés au magasin de jouets à proximité et nous avons acheté des figurines : un cochon (représentant le choux), une chèvre, un panda (représentant le loup) et simplet des sept nains (représentant le passeur). Grâce à cette nouvelle attraction, nous avons immédiatement observé que les enfants s'arrêtaient plus facilement à notre stand et essayaient de résoudre l'énigme. L'entrain des enfants rendait plus facile le contact avec les parents, qui essayer quant à eux de résoudre le problème de la famille sur l'ordinateur.

Enfin, l'explication de la résolution du problème grâce aux matrices et aux graphes a été un exercice plus compliqué. L'attention de l'auditoire était à ce moment plus difficile à garder. Nous avons donc pris l'habitude de leur expliquer que les maths pouvaient résoudre ces problèmes, puis nous les dirigions vers le stand de M. Cassaigne qui comprenait bien plus de casse-tête.

J'ai trouvé cette activité très enrichissante, que ce soit sur le plan humain ou scientifique.

III-L'expérience Math en Jeans

Au début de l'année, j'ai choisi l'UEL maths en jeans 1 car c'était la seule unité d'enseignement qui me permettait de faire des maths. Je pensais que ce serai « simplement » un projet scientifique qui s'appuyait sur nos connaissances mathématiques et nos recherches.

Mais j'ai rapidement compris que c'était une matière ou il fallait s'investir personnellement.

Tout d'abord nous avions des cours qui nous donnaient de nouvelles ouvertures sur les maths. Le dernier cours m'a tout particulièrement intéressé, il portait plus sur la géométrie, le fait de pouvoir transformer n'importe quels polyèdres en un autre polyèdre de même aire. Par exemple un triangle en rectangle. Nous avons eu aussi des cours sur l'infini et beaucoup d'autres. Ces cours nous ont permis de voir les maths différemment pas comme nos cours habituels ou nous travaillons de manière abstraite, mais plus des maths concrètes.

Ensuite nous avons dû à partir de notre sujet « les problèmes de traversés » développer une nouvelle écriture mathématique. Nous avons eu de grandes difficultés au début parce-que nous n'avions pas l'habitude de réfléchir de la même manière qu'un chercheur. En effet, nos autres UE nous donne un grand nombre de connaissances mais nous n'avions pas l'habitude d'utiliser ces connaissances, ainsi que de nouvelles recherches pour développer un nouveau sujet.

De plus, Edouard, Thomas et moi avons l'habitude de travailler ensemble. Nous nous connaissons depuis notre arrivée à la faculté des sciences de Luminy, et nous avons l'habitude de nous retrouver pour nous entre-aider dans toutes les autres matières. Mais je dois avouer que j'ai toujours eu des difficultés à déléguer un travail pour un rapport, et ne pas essayer de tout faire moi-même. Cette UE nous a vraiment appris à réfléchir ensemble, et m'a appris à partager le travail commun. Nos autocritiques et nos idées communes nous ont permis de développer plus rapidement un projet scientifique plus performant en nous servant des facilités des uns et des autres.

Puis enfin, les activités extérieurs que ce soit les stages hippocampes ou le zouk des sciences nous a permis une réelle ouverture d'esprit. Lors des stages nous avons parlé à ces lycéens qui avaient abbatu un travail monstre en moins de trois jours. Ils nous ont parlé de leurs expériences de leurs recherches et cela nous a même aidé pour nos propres recherches (tout particulièrement le stage hippocampe sur la théorie des graphes). Et le zouk des sciences nous a montré que les sciences pouvaient intéressées tout le monde et en particulier être expliqué aux enfants. Ces activités m'ont semblé très enrichissantes au niveau social.

Pour conclure cet enseignement nous a permis de voir les maths différemment, de manière plus ludique et intéressante, ensuite nous avons pu comprendre un peu plus le travail d'un chercheur, et le fait d'apprendre à travailler en équipe car nous ne pouvons pas tout faire soi-même. Puis enfin cette enseignement grâce aux activités extérieurs nous a permis une expérience sociale a laquelle je ne m'attendais pas.

BILAN

Ce semestre de Math en jeans nous a donc permis d'élaborer un projet scientifique qui nous apporté de nouvelles connaissances. Grace à nos recherches et aux explications de nos professeurs et camarades de classe. Nous avons eu certaines difficultés a initialiser nos recherches mais cela nous a appris le fonctionnement du travail de chercheurs.

Ensuite cette expérience nous a offert de nouvelles ouvertures d'esprits, au niveau scientifique grâce aux cours et aux conférences, mais aussi au niveau social avec les activités extérieur nous avons rencontré de nouvelles personnes, des lycéens, des enfants et des étudiants de math en jeans 1 et 2. Tous intéressés par les math mis au niveau de tout le monde.

ANNEXES

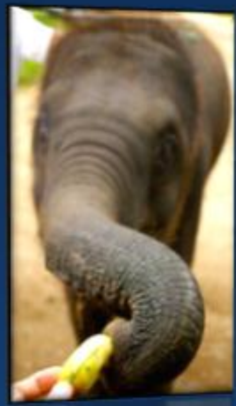
a) Les posters.

Ces deux posters seraient là pour attirer l'attention des visiteurs et pour appuyer notre première explication, comme pour le zouk des sciences. Mais l'idéal est d'avoir non seulement ces deux posters mais aussi notre ordinateur, soit pour montrer notre méthode intégrale aux plus curieux, soit pour que les personnes puissent créer leurs propres problèmes avec notre programme.

Les Enigmes de traversées

Les Enoncés des problèmes:

Une chèvre, un chou et un loup se trouvent sur la rive d'un fleuve ; un passeur souhaite les transporter sur l'autre rive mais, sa barque étant trop petite, il ne peut transporter qu'un seul d'entre eux à la fois. Comment doit-il procéder afin de ne jamais laisser ensemble et sans surveillance le loup et la chèvre, ainsi que la chèvre et le chou ?



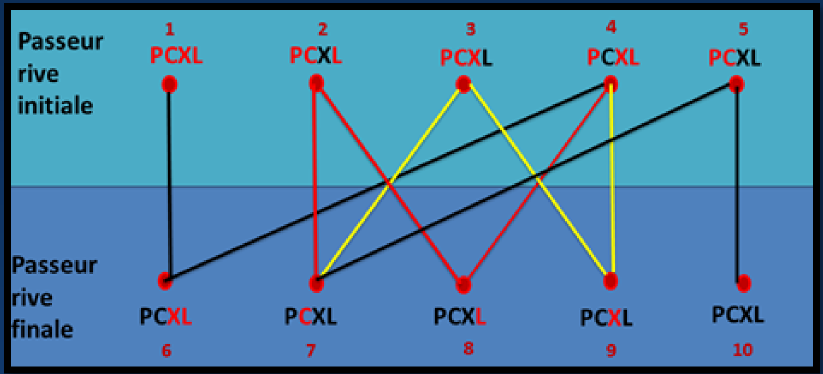
Des parents, leurs deux fils, leurs deux filles, ainsi qu'un policier et un voleur veulent tous traverser la rivière mais la barque ne peut transporter que 2 personnes en même temps, de plus seul le policier, la mère et le père peuvent conduire la barque. Ensuite le père ne peut pas rester avec ses filles sans la présence de la mère, et la mère ne peut pas rester seule avec ses fils sans le père, mais quelle famille bizarre ! Enfin le policier ne peut pas laisser le voleur avec un des membres de la famille.

Un éléphant a pour mission d'apporter un maximum de bananes d'une oasis A à une oasis B, distantes de 1000km. Il dispose dans l'oasis A de 3000 bananes, il peut porter au maximum 1000 bananes sur son dos. De plus pour survivre il doit manger une banane tous les kilomètres.

Notre objectif: Trouver une réécriture mathématique permettant d'automatiser la recherche des résultats.

Les Enigmes de traversées

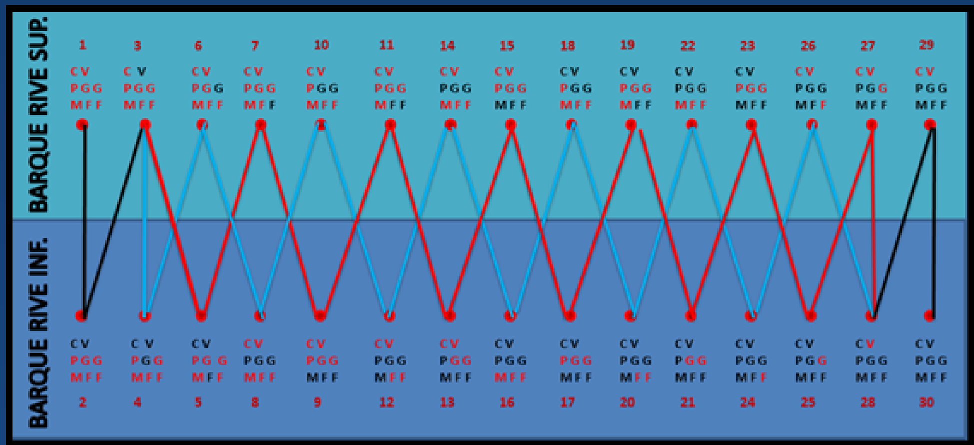
La résolution mathématique des problèmes:



$$
\begin{array}{c|cccccccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
6 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
7 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
8 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
9 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

A l'aide d'une matrice 10 x 10, adaptée uniquement à ce problèmes, nous avons réussi a trouvé automatiquement les différents déplacements (ici appelés arrêtes) reliant les différents emplacements de nos amis (ici appelés sommets).

En reproduisant la même méthode, pour le problème de la famille, nous avons réussi a obtenir ce graphe à partir d'une matrice 30 x 30.



Et vous, voudriez-vous créer cotre propre problème de traversé?!

a) **Les problèmes.**