DUBUIS Michaël

MATH EN JEAN 1

- PUISSANCE 4 -

- COMPTE-RENDU SORTIE -

Table des matières

Introduction :..3

Les matrices du puissance 4 :...4
- Résumé des règles :...4
- Vérifications sur des matrices 4x4 :...4
  - Pour les lignes :...4
  - Pour les colonnes :..5
  - Pour les diagonales :...5
- Récupération des sous-matrices :..5
- Application des vérifications aux sous-matrices obtenues :..............................7
  - Pour les lignes :...7
  - Pour les colonnes :..8
  - Pour les colonnes :..8

Les code en base 3 dans le puissance 4 :..11
- Comment transformer le puissance 4 en série de chiffre en base 3 ?..............11
- Récupération des colonnes :..11
- Récupération des diagonales :...12
- Comment traiter ces données ?..12

Résumé de l'activité extérieure :..13

Conclusion :...14

Introduction :

J'ai choisi comme sujet de math en Jeans, le *puissance 4*. J'espérais y trouver du concret et je dois l'avouer de la facilité. Je me suis bien trompé concernant la facilité. La simplicité des règles du puissance 4 cache une complexité mathématique inattendue, mais intéressante à étudier. Nous y avons successivement vu des suites, des tableaux, des formes géométrique, des matrices, des codes en base3, etc. Bref les manière d'aborder ce même problème ont vite étaient très nombreuses.

Je vais ici développer l'extraction des matrices dans lesquels je me suis énormément impliqué ainsi que les bases 3 que j'aurai aimé avoir le temps d'approfondir un peu plus. Je poursuivrai par un court résumé d'une activité extérieur. Et je conclurai pas mon ressenti des math en Jeans, ce que j'ai aimé, ce qui ne m'a pas plu et ce que je pense qui pourrait-être amélioré.

Les matrices du puissance 4 :

Après une longue réflexion sur différente méthode de conversion du puissance 4, nous avons enfin pensé aux matrices. Nous nous sommes alors confronté à plusieurs difficultés. La première a été de transformer les règles simples du puissance 4 en règles mathématiques tout aussi simples.

Résumé des règles :

La matrice était créée, il nous fallait maintenant la remplir. Nous avons alors choisi de transformer les cases vides en « 0 », les cases joué par le premier joueur en « 1 » et par le second en « -1 ». En effet, le « 1 » et le « -1 » s'annulent dans l'addition, ce qui nous permettait de savoir, par l'addition de tous les facteurs de la matrice jeu à qui venait le tour de jouer.

Nous nous sommes ensuite rendu compte qu'un des grands principes du *puissance 4* résidait dans le fait que le jeton tombait automatiquement dans le bas de la grille. Et oui, la gravité n'existe pas dans les matrices. Après une longue recherche infructueuse, nous avons décidé de créer un opérateur permettant d'appliquer à nos 1 et nos -1 un principe de gravité.

Vérifications sur des matrices 4x4 :

Ceci fait, il nous restait le plus important : vérifier la victoire ! Nous y avions déjà pensé, la sommes 4 par 4 des facteurs alignés devait faire 4 ou -4 pour qu'il y ait victoire de l'un ou de l'autre. Le problème était de pouvoir, par des opérations mathématiques trouvé d'un coup le résultat du match. Il a donc fallut que nous *récupérions* les lignes, les colonnes et les diagonales une par une afin de savoir si oui ou non, il y avait victoire.

La façon de faire que nous avons choisi, pour les lignes et les colonnes, consistait à multiplier les sous-matrices 4x4 par une matrice ligne et une matrice colonne afin d'obtenir dans une matrice 1x1 le chiffre à vérifier. Pour les diagonales, nous avons choisi d'utiliser la trace et de faire une symétrie géométrique de la sous-matrice à vérifier pour appliquer à nouveau la trace et ainsi connaître le résultat des deux diagonales.

Pour les lignes :

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & p & q \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \left(a_1 * (a+b+c+d) + a_2 * (e+f+g+h) + a_3 * (i+j+k+l) + a_4 * (m+n+p+q) \right)$$

Avec :

num = numéro de la ligne à vérifier

et $\begin{cases} a_x = 0 \text{ si } x \neq num \\ a_x = 1 \text{ si } x = num \end{cases}$

On a choisit de garder le résultat dans une matrice 1x1, mais nous aurions très bien put obtenir un nombre hors d'une matrice en faisant simplement le déterminant de la matrice 1x1.

Pour les colonnes :

De la même façon, pour les colonnes :

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix} * \begin{pmatrix}a & b & c & d\\ e & f & g & h\\ i & j & k & l\\ m & n & p & q\end{pmatrix} * \begin{pmatrix}a_1\\ a_2\\ a_3\\ a_4\end{pmatrix}$$

$$= \left(a_1 * (a+e+i+m) + a_2 * (b+f+j+n) + a_3 * (c+g+k+p) + a_4 * (d+h+l+q)\right)$$

Avec :

num = numéro de la colonne à vérifier

et $\begin{cases} a_x = 0 \text{ si } x \neq num \\ a_x = 1 \text{ si } x = num \end{cases}$

Pour les diagonales :

$$Tr\left(\begin{pmatrix}a & b & c & d\\ e & f & g & h\\ i & j & k & l\\ m & n & p & q\end{pmatrix}\right) = a+f+k+l$$

Et :

$$Tr\left(SysM\left(\left(\begin{array}{cc|cc}a & b & c & d\\ e & f & g & h\\ i & j & k & l\\ m & n & p & q\end{array}\right)\right)\right) = Tr\left(\begin{pmatrix}d & c & b & a\\ h & g & f & e\\ l & k & j & i\\ q & p & n & m\end{pmatrix}\right) = d+g+j+q$$

SysM est une fonction que nous avons inventée, elle fait la symétrie géométrique de la matrice par rapport à une droite verticale de manière à laisser autant de nombres d'un côté que de l'autre.

Récupération des sous-matrices :

Le problème qui s'est alors posé était que nous n'avions pas des matrices carrés et que nous ne savions pas non plus comment extraire les sous-matrices à vérifier.

Exemple pour la première sous-matrices :

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix} * \begin{pmatrix}A_{1;1}&A_{1;2}&A_{1;3}&A_{1;4}&A_{1;5}&A_{1;6}&A_{1;7}\\A_{2;1}&A_{2;2}&A_{2;3}&A_{2;4}&A_{2;5}&A_{2;6}&A_{2;7}\\A_{3;1}&A_{3;2}&A_{3;3}&A_{3;4}&A_{3;5}&A_{3;6}&A_{3;7}\\A_{4;1}&A_{4;2}&A_{4;3}&A_{4;4}&A_{4;5}&A_{4;6}&A_{4;7}\\A_{5;1}&A_{5;2}&A_{5;3}&A_{5;4}&A_{5;5}&A_{5;6}&A_{5;7}\\A_{6;1}&A_{6;2}&A_{6;3}&A_{6;4}&A_{6;5}&A_{6;6}&A_{6;7}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}A_{1;1}&A_{1;2}&A_{1;3}&A_{1;4}&A_{1;5}&A_{1;6}&A_{1;7}\\A_{2;1}&A_{2;2}&A_{2;3}&A_{2;4}&A_{2;5}&A_{2;6}&A_{2;7}\\A_{3;1}&A_{3;2}&A_{3;3}&A_{3;4}&A_{3;5}&A_{3;6}&A_{3;7}\\A_{4;1}&A_{4;2}&A_{4;3}&A_{4;4}&A_{4;5}&A_{4;6}&A_{4;7}\\0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_{1;1} & A_{1;2} & A_{1;3} & A_{1;4} & A_{1;5} & A_{1;6} & A_{1;7} \\ A_{2;1} & A_{2;2} & A_{2;3} & A_{2;4} & A_{2;5} & A_{2;6} & A_{2;7} \\ A_{3;1} & A_{3;2} & A_{3;3} & A_{3;4} & A_{3;5} & A_{3;6} & A_{3;7} \\ A_{4;1} & A_{4;2} & A_{4;3} & A_{4;4} & A_{4;5} & A_{4;6} & A_{4;7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{1;1} & A_{1;2} & A_{1;3} & A_{1;4} & 0 & 0 & 0 \\ A_{2;1} & A_{2;2} & A_{2;3} & A_{2;4} & 0 & 0 & 0 \\ A_{3;1} & A_{3;2} & A_{3;3} & A_{3;4} & 0 & 0 & 0 \\ A_{4;1} & A_{4;2} & A_{4;3} & A_{4;4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Comme on peut le constater avec le premier exemple, si l'on veut récupérer la sous-matrice qui se trouve sur les quatre premières lignes et les quatre premières colonnes, il suffit de mettre des 1 sur la diagonale des quatre premières lignes de la première matrice et sur la diagonale des quatre première colonne de la seconde matrice. On en a donc déduit une formule :

Soit $f(\mathrm{M}, n, m)$ notre fonction avec n le numéro de la première ligne de la sous-matrice et m le numéro de la première colonne de la sous-matrice.

$$0 < n \leq 3 \text{ et } 0 < m \leq 4.$$

Soit A, B, M et M $'$ quatre matrices.

$$\boxed{f(\mathrm{M}, n, m) = \mathrm{A} * \mathrm{M} * \mathrm{B} = \mathrm{M}'}$$

Avec :

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{1;1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{2;2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{3;3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{4;4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{5;5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6;6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

et

$$\mathrm{B} = \begin{pmatrix} a_{1;1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{2;2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{3;3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{4;4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{5;5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6;6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{7;7} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} a_{i,i} = 1 \text{ si } n \leq i \leq n+3 \\ a_{i,i} = 0 \text{ sinon} \end{cases} \qquad \begin{cases} b_{i,i} = 1 \text{ si } m \leq i \leq m+3 \\ b_{i,i} = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Nous aurons donc :

$$\mathrm{M}' = \begin{pmatrix} A'_{1;1} & A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} & A'_{1;6} & A'_{1;7} \\ A'_{2;1} & A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} & A'_{2;6} & A'_{2;7} \\ A'_{3;1} & A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} & A'_{3;6} & A'_{3;7} \\ A'_{4;1} & A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} & A'_{4;6} & A'_{4;7} \\ A'_{5;1} & A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} & A'_{5;6} & A'_{5;7} \\ A'_{6;1} & A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} & A'_{6;6} & A'_{6;7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} A'_{i,j} = A_{i,j} \text{ si } n \leq i \leq n+3 \text{ et si } m \leq j \leq m+3 \\ A'_{i,j} = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Grâce à ces calculs, nous avons transformer notre matrice 6x7 en matrice carré 7x7, nous verrons par la suite que cela pourra nous être utile.

Application des vérifications aux sous-matrices obtenues :

Je vais maintenant essayé d'appliquer la méthode que nous avions élaborée pour les vérifications aux sous-matrices que nous avons ainsi obtenue sans réduire leur taille. Au lieu de travailler sur des matrices 4x4 nous devons effectuer nos vérifications sur des matrices 7x7.

Pour les lignes :

Soit :

$$\mathrm{M}' = \begin{pmatrix} A'_{1;1} & A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} & A'_{1;6} & A'_{1;7} \\ A'_{2;1} & A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} & A'_{2;6} & A'_{2;7} \\ A'_{3;1} & A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} & A'_{3;6} & A'_{3;7} \\ A'_{4;1} & A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} & A'_{4;6} & A'_{4;7} \\ A'_{5;1} & A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} & A'_{5;6} & A'_{5;7} \\ A'_{6;1} & A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} & A'_{6;6} & A'_{6;7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} A'_{i,j} = A_{i,j} \text{ si } n \leq i \leq n+3 \text{ et si } m \leq j \leq m+3 \\ A'_{i,j} = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

et : m le numéro de la première colonne de la sous-matrice.

$0 < n \leq 3$ et $0 < m \leq 4.$

M' la matrice précédemment obtenue.

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} A'_{1;1} & A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} & A'_{1;6} & A'_{1;7} \\ A'_{2;1} & A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} & A'_{2;6} & A'_{2;7} \\ A'_{3;1} & A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} & A'_{3;6} & A'_{3;7} \\ A'_{4;1} & A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} & A'_{4;6} & A'_{4;7} \\ A'_{5;1} & A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} & A'_{5;6} & A'_{5;7} \\ A'_{6;1} & A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} & A'_{6;6} & A'_{6;7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_1*(A'_{1;1} + A'_{1;2} + A'_{1;3} + A'_{1;4} + A'_{1;5} + A'_{1;6} + A'_{1;7}) \\ + a_2*(A'_{2;1} + A'_{2;2} + A'_{2;3} + A'_{2;4} + A'_{2;5} + A'_{2;6} + A'_{2;7}) \\ + a_3*(A'_{3;1} + A'_{3;2} + A'_{3;3} + A'_{3;4} + A'_{3;5} + A'_{3;6} + A'_{3;7}) \\ + a_4*(A'_{4;1} + A'_{4;2} + A'_{4;3} + A'_{4;4} + A'_{4;5} + A'_{4;6} + A'_{4;7}) \\ + a_5*(A'_{5;1} + A'_{5;2} + A'_{5;3} + A'_{5;4} + A'_{5;5} + A'_{5;6} + A'_{5;7}) \\ + a_6*(A'_{6;1} + A'_{6;2} + A'_{6;3} + A'_{6;4} + A'_{6;5} + A'_{6;6} + A'_{6;7}) \end{pmatrix}$$

avec :

num = numéro de la ligne à vérifier

et $\begin{cases} a_x = 0 \text{ si } x \neq num \\ a_x = 1 \text{ si } x = num \end{cases}$

On remarque que lors de l'opération, il ne restera qu'une seule ligne, car un seul a_x ne sera pas égal à zéro mais à 1. De plus, il n'y aura que quatre $A_{i;j}$ sur cette ligne qui ne seront pas mis à zéro. Il n'y a donc pour la vérification des lignes aucun intérêt à transformer la matrice 7x7 en matrice 4x4.

De la même manière que dans le cas des matrice 4x4, on peut transformer le résultat en un nombre plutôt qu'en matrice en faisant le déterminant de la matrice 1x1 obtenue.

Pour les colonnes :

De la même manière :

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix} * \begin{pmatrix} A'_{1;1} & A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} & A'_{1;6} & A'_{1;7} \\ A'_{2;1} & A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} & A'_{2;6} & A'_{2;7} \\ A'_{3;1} & A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} & A'_{3;6} & A'_{3;7} \\ A'_{4;1} & A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} & A'_{4;6} & A'_{4;7} \\ A'_{5;1} & A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} & A'_{5;6} & A'_{5;7} \\ A'_{6;1} & A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} & A'_{6;6} & A'_{6;7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 *(A'_{1;1} + A'_{2;1} + A'_{3;1} + A'_{4;1} + A'_{5;1} + A'_{6;1}) \\ + a_2 *(A'_{1;2} + A'_{2;2} + A'_{3;2} + A'_{4;2} + A'_{5;2} + A'_{6;2}) \\ + a_3 *(A'_{1;3} + A'_{2;3} + A'_{3;3} + A'_{4;3} + A'_{5;3} + A'_{6;3}) \\ + a_4 *(A'_{1;4} + A'_{2;4} + A'_{3;4} + A'_{4;4} + A'_{5;4} + A'_{6;4}) \\ + a_5 *(A'_{1;5} + A'_{2;5} + A'_{3;5} + A'_{4;5} + A'_{5;5} + A'_{6;5}) \\ + a_6 *(A'_{1;6} + A'_{2;6} + A'_{3;6} + A'_{4;6} + A'_{5;6} + A'_{6;6}) \\ + a_7 *(A'_{1;7} + A'_{2;7} + A'_{3;7} + A'_{4;7} + A'_{5;7} + A'_{6;7}) \end{pmatrix}$$

avec :

$$num = \text{numéro de la ligne à vérifier}$$

$$\text{et } \begin{cases} a_x = 0 \text{ si } x \neq num \\ a_x = 1 \text{ si } x = num \end{cases}$$

On constate là aussi que les zéros *provoqués* n'influenceront pas le résultat obtenue. Là encore, il n'y aura qu'une sous-matrice 4x4 sans zéros *ajoutés*. De la même manière, on pourra sortir le résultat de la matrice, si on le désire en faisant le déterminant de la matrice 1x1 trouvée. Il n'y a donc toujours pas de raison de transformer la matrice 7x7 en matrice 4x4.

Pour les colonnes :

Nous découvrons enfin l'avantage d'avoir transformé notre matrice 6x7 en matrice carré 7x7. En effet, il n'est pas possible d'applique l'outil Trace à une matrice qui n'est pas carré.

Cependant, nous avons découvert le premier problème. En utilisant la Trace, nous n'obtiendrons pas le résultat escompté.

Démonstration par un contre-exemple :

Nous voulons vérifier la sous-matrice commençant à la deuxième colonne et première ligne.

$$\mathrm{Tr}\begin{pmatrix} A'_{1;1} & A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} & A'_{1;6} & A'_{1;7} \\ A'_{2;1} & A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} & A'_{2;6} & A'_{2;7} \\ A'_{3;1} & A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} & A'_{3;6} & A'_{3;7} \\ A'_{4;1} & A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} & A'_{4;6} & A'_{4;7} \\ A'_{5;1} & A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} & A'_{5;6} & A'_{5;7} \\ A'_{6;1} & A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} & A'_{6;6} & A'_{6;7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= A'_{1;1}+A'_{2;2}+A'_{3;3}+A'_{4;4}+A'_{5;5}+A'_{6;6}+0$$

Nous avons donc commencé à chercher une fonction qui nous permettrait, en donnant comme argument la matrice M' ainsi que les coordonnées du premier facteur de la sous-matrice à vérifier, de déplacer cette dite-sous-matrice au coordonnées 1;1, ceci afin de pouvoir appliquer la Trace.

Il nous faudrait par la suite une autre fonction capable de faire la même chose mais en haut à gauche, afin de pouvoir utiliser notre opérateur SysM et d'appliquer de nouveau la Trace.

En supposant que nous ayons ces fonctions, cela donnerait :

$$\mathrm{Tr}\left(f\left(\begin{pmatrix} A'_{1;1} & A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} & A'_{1;6} & A'_{1;7} \\ A'_{2;1} & A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} & A'_{2;6} & A'_{2;7} \\ A'_{3;1} & A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} & A'_{3;6} & A'_{3;7} \\ A'_{4;1} & A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} & A'_{4;6} & A'_{4;7} \\ A'_{5;1} & A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} & A'_{5;6} & A'_{5;7} \\ A'_{6;1} & A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} & A'_{6;6} & A'_{6;7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};1;2\right)\right)$$

$$= \mathrm{Tr}\begin{pmatrix} A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} & A'_{1;6} & A'_{1;7} & A'_{1;1} \\ A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} & A'_{2;6} & A'_{2;7} & A'_{2;1} \\ A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} & A'_{3;6} & A'_{3;7} & A'_{3;1} \\ A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} & A'_{4;6} & A'_{4;7} & A'_{4;1} \\ A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} & A'_{5;6} & A'_{5;7} & A'_{5;1} \\ A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} & A'_{6;6} & A'_{6;7} & A'_{6;1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= A'_{1;2}+A'_{2;3}+A'_{3;4}+A'_{4;5}+A'_{5;6}+A'_{6;7}+0$$

On tente ensuite d'appliquer cette fonction de manière à pouvoir utiliser SysM :

$$\mathrm{Tr}(\ \mathrm{SysM}(\ f\left(\begin{pmatrix} A'_{1;1} & A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} & A'_{1;6} & A'_{1;7} \\ A'_{2;1} & A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} & A'_{2;6} & A'_{2;7} \\ A'_{3;1} & A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} & A'_{3;6} & A'_{3;7} \\ A'_{4;1} & A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} & A'_{4;6} & A'_{4;7} \\ A'_{5;1} & A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} & A'_{5;6} & A'_{5;7} \\ A'_{6;1} & A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} & A'_{6;6} & A'_{6;7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};1;4\right)))$$

$$= \mathrm{Tr}\left(\ \mathrm{SysM}\left(\begin{pmatrix} A'_{1;6} & A'_{1;7} & A'_{1;1} & A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} \\ A'_{2;6} & A'_{2;7} & A'_{2;1} & A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} \\ A'_{3;6} & A'_{3;7} & A'_{3;1} & A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} \\ A'_{4;6} & A'_{4;7} & A'_{4;1} & A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} \\ A'_{5;6} & A'_{5;7} & A'_{5;1} & A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} \\ A'_{6;6} & A'_{6;7} & A'_{6;1} & A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\right)\right)$$

$$= \mathrm{Tr}\left(\begin{pmatrix} A'_{1;5} & A'_{1;4} & A'_{1;3} & A'_{1;2} & A'_{1;1} & A'_{1;7} & A'_{1;6} \\ A'_{2;5} & A'_{2;4} & A'_{2;3} & A'_{2;2} & A'_{2;1} & A'_{2;7} & A'_{2;6} \\ A'_{3;5} & A'_{3;4} & A'_{3;3} & A'_{3;2} & A'_{3;1} & A'_{3;7} & A'_{3;6} \\ A'_{4;5} & A'_{4;4} & A'_{4;3} & A'_{4;2} & A'_{4;1} & A'_{4;7} & A'_{4;6} \\ A'_{5;5} & A'_{5;4} & A'_{5;3} & A'_{5;2} & A'_{5;1} & A'_{5;7} & A'_{5;6} \\ A'_{6;5} & A'_{6;4} & A'_{6;3} & A'_{6;2} & A'_{6;1} & A'_{6;7} & A'_{6;6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\right)$$

$$= A'_{1;5}+A'_{2;4}+A'_{3;3}+A'_{4;2}+A'_{5;1}+A'_{6;7}+0$$

On utilisera la même fonction en changeant les valeur de *m* et de *n*. Cette fonction permettra de déplacer n'importe quelle sous-matrice à la position de notre choix. Comme on peut le constater, j'ai évité de faire *disparaître* avec cette fonction, des variables. Elle permute les lignes et les colonnes entre-elles de manière à ne perdre aucune information. Les variables sont simplement réarrangé aux places qui nous intéresse. On peut avancer qu'il s'agit de combinaisons linéaires.

Les code en base 3 dans le puissance 4 :

Nous avons longuement travaillé sur les matrices du puissance 4, à tel point qu'il nous a été difficile de l'envisager autrement. Cependant, pour ne pas restreindre notre recherche, nous avons fait l'effort de l'appréhender d'autres manières. Au vu de la filiale suivie par deux des trois membres de notre groupe, il semblait logique de tenter de voir le puissance 4 comme une série de 6 chiffres en base 2. Or, les variables s'étalaient sur 3 valeurs possibles, d'où la base 3.

Comment transformer le puissance 4 en série de chiffre en base 3 ?

Dès le début de cette partie de l'analyse, nous avons envisagé le puissance 4 comme six chiffres les uns sur les autres. Il nous a fallut établir la manière de transformer ces 0, 1 et 2 en un chiffre en base 10.

Comme on peut le constater, nous avons, pour le code en base 3 transformé le -1 attribué au joueur 2 en un « 2 ». En effet, là où le -1 était pratique pour faciliter les calculs dans les matrices, le 2 nous permettra de simplifier l'obtention du nombre de base 3 en base 10.

Le tableau si dessous représente les poids de chaque case d'une ligne du puissance 4 :

729	243	81	27	9	3	1

A l'aide de ce tableau, nous allons maintenant pourvoir transformer nos codes en base 3 en nombres en base 10. Nous définirons p(n_i) = le nombre dans le tableau en fonction de la position de n. Par exemple, si nous avons un 1 dans la colonne 3, p(n_3) = 81.

$$(N)_{base\,3} = (n_1 n_2 n_3 n_4 n_5 n_6 n_7)_{base\,3}$$

$$(N)_{base\,10} = n_1 * p(n_1) + n_2 * p(n_2) + n_3 * p(n_3) + n_4 * p(n_4) + n_4 * p(n_4) + n_5 * p(n_5) + n_6 * p(n_6) + n_7 * p(n_7)$$

Par exemple :

$$(1\ 2\ 0\ 2\ 1\ 0\ 1)_{base3} \rightarrow (1*729 + 2*243 + 0*81 + 2*27 + 1*9 + 0*3 + 1*1)_{base10}$$

Nous avons ensuite développer un programme trouvant toutes les combinaisons en base 3 possible et les convertissant en base 10. Nous avons fait en sorte que ce programme écrive toutes les combinaisons et leur traduction (en base 10) dans un fichier texte. Mais aussi qu'il récupérer les combinaisons définies comme gagnante, c'est à dire avec au moins quatre n_i consécutif identiques et différent de zéro.

Récupération des colonnes :

On s'aperçoit sans mal qu'il sera facile d'analyser une ligne. Cependant il sera plus ardu de savoir si l'on a une victoire en colonne. Nous avons donc tenté de mettre au point une formule permettant d'extraire des 6 nombres obtenues un nombre nous donnant la colonne.

Nous avons donc maintenant un jeu de la forme :

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \end{pmatrix}_{base\,10}$$

Pour avoir une colonne, il faut récupérer sur chaque ligne le chiffre en base 3 de la colonne qui nous intéresse et le multiplier par le poids de la ligne + 1.

La formule est donc de (à peu près) de la forme par récupérer sur une ligne le chiffre à la bonne colonne :

$$f_c(n, p(\text{c})) = \left\lfloor \frac{n - \sum_{i=c}^{i=7} \left(\left\lfloor \frac{n}{p(i)} \right\rfloor * p(i) \right)}{p(\text{c})} \right\rfloor$$

D'où :

$$\sum_{j=1}^{j=6} f_c(N_j, p(\text{c})) = \sum_{j=1}^{j=6} \left(\left(\left\lfloor \frac{N_1 - \sum_{i=c}^{i=7} \left(\left\lfloor \frac{N_1}{p(i)} \right\rfloor * p(i) \right)}{p(\text{c})} \right\rfloor \right) * p(j+1) \right)$$

avec c = le numéro de la colonne à récupérer.

La formule n'est pas forcément la plus juste qui soit. Il faudrait sans doute la revoir pour qu'elle fonctionne parfaitement. En effet, je ne suis pas certain que ma fonction f_c soit juste, ce qui fausse forcément la formule finale.

On multipliera pas $p(j+1)$ car, il n'y a que 6 chiffres dans une colonne et pas sept. Nous mettons ainsi le premier n à zéro, ce zéro aura un poids de 729.

Récupération des diagonales :

De la même façon, nous pourront récupérer les diagonales en récupérant la sur chaque ligne une colonne différente. La normalisation de la formule n'a pas encore été faite, mais elle ressemble énormément à la formule de récupération des colonnes.

Comment traiter ces données ?

Là encore, il reste beaucoup de travail à effectuer, je pense qu'il faudrait trouver une logique dans la suite des nombres en base 10 récupérés des combinaisons gagnantes par notre programme. Ceci fait, nous pourrions sans doute trouver une méthode systématique pour savoir s'il y a victoire ou non.

Il faudrait sans doute séparer en deux suites logiques les victoires du joueur 1 et celles du joueur 2 afin de trouver un stratégie de jeu.

Résumé de l'activité extérieure :

Au cours de l'année, nous avons avec le groupe de math en Jeans 1 put assister à des conférences et des exposés sur différents sujets. Je voudrais résumer rapidement ce que j'ai retenu du sujet qui m'a le plus intéressé : *Le calcul des distances à travers l'histoire*.

Je regrette de ne pas avoir reçu le diaporama qui était affiché car ma mémoire aurait été bien plus stimulé en revoyant les visuels.

Nous avons appris, lors de cette conférence, comment au cours des siècles, notre monde a été perçu et calculé. De la terre plate à notre vision actuelle des choses, le conférencier nous a fait découvrir différentes méthodes de calculs à la précision plus moins grande. De nombreux astronome ont écrit des ouvrages retraçant les méthodes de calculs utilisés, les outils disponibles et leurs résultats. On trouve parmi ces auteurs des noms qui nous sont familier, comme Ptolémée ou Galilée par exemple.

On s'est rapidement rendu compte au cours de cette exposé que même si certaines théories avancées par les *scientifique* de l'époque était quelque peu absurde, leurs calculs avaient une précision redoutable pour l'époque et les moyens.

Nous avons vu naitre, pendant cette conférence, la théorie de la triangulation. Fait remarquable, les calculs réalisé par Willibrord Snell et la carte réalisé à l'aide de ces calculs étaient remarquablement précis. La superposition de cette carte et de nos cartes actuelles étaient remarquable !

Puis nous avons eu droit à un détail de son calcul et une vérification par le conférencier qui nous a avoué ne pas savoir comment, Snell avait réalisé les opérations tels que sin, cos, etc. Il est impensable pour nous de faire cela sans l'aide d'une calculatrice. Alors comment faisait-ils à l'époque ? A l'aide d'abaque ?

L'étude des différents outils utilisé dont les noms ne me sont pas resté en tête fut par ailleurs fort intéressante. Avec quelques droites et des pivots ces savants arrivé à donner des distances éloignée. Les mathématiques sont vraiment un outil très puissant. Un angle et une distance permettent d'obtenir une autre distance... Ces pionniers de la *cartographie* avaient à leur disposition des outils très simples mais ont su avec astuce démontrer qu'il suffisait de quelques opérations pour ne plus avoir besoin d'outils ultra précis et complexe !

Je retiendrai de ces exposés à quel point nos ancêtres étaient intelligents et compensaient avec les mathématiques ce que nous faisons avec de nombreuses machines et de gros calculateurs !

CONCLUSION :

Comme annoncé dans mon introduction, je vais maintenant vous faire part de mon point de vue concernant les math en Jeans.

Ce fut une matière fort intéressante de part son approche des mathématiques. En effet, je ne pense pas avoir jamais été aussi impliqué par une matière mathématique de la sorte. Le fait que nous sayons personnellement impliqué dans une recherche personnelle sur un sujet vaste et sans limite nous pousse à faire des recherches sur des notions parfois complètement oubliées et que nous ne pensions jamais avoir à besoin d'utiliser. Cette matière aura le bénéfice de m'avoir fait réviser les notions de base des matrices. J'ai aussi énormément découvert sur l'utilité des matrices et les outils matriciels.

Cette matière a aussi ça de bien que l'on est satisfait d'aller en cours en se disant, ça y est, j'ai une idée qui va me faire progresser. Et le fait de ne jamais avoir de fin nous donne une faim de savoir et de recherche qui nous permet de ne jamais être désintéressé du sujet.

De plus, les différentes *sorties* que nous avons effectuées nous a apporté des connaissances et une vision des mathématiques que nous n'avions pas. Je n'avais pas depuis le collège était aussi intéressé par les mathématiques. Fini les théories barbantes sans concrets ni application. Nous comprenions alors enfin quels étaient les intérêts d'étudier les math.

Avec autant de points positifs, je n'ai pas honte de dire qu'il y a aussi des points négatifs. Pas tant sur la matière en elle-même que sur son organisation. Les horaires n'étaient vraiment pas pratique, et finir les cours à 19h était une forte contrainte. Je peux cependant comprendre que les professeurs ont d'autres empêchements ce qui me pousse à accepter que des horaires sont aussi pénibles.

Un autre défaut du cours était la quantité trop importantes d'élève. Certes le fait d'avoir deux professeurs compensaient en parti cette masse d'étudiants, cependant le temps accordé à chacun était de ce fait un peu trop réduit. Qui ne voudrait pas un professeur attitré pendant son cours ? La qualité des professeurs étaient par contre, nettement un point positif, l'aide qu'ils nous ont apporté nous a permis de ne pas rester bloqué sur des notions mathématiques que nous ne maitrisions pas.

Je finirai en disant que c'est un cours que je conseillerai à des amis si on me demande. Il est à la fois passionnant et tout à fait innovant par rapport aux cours que l'on a l'habitude de suivre.