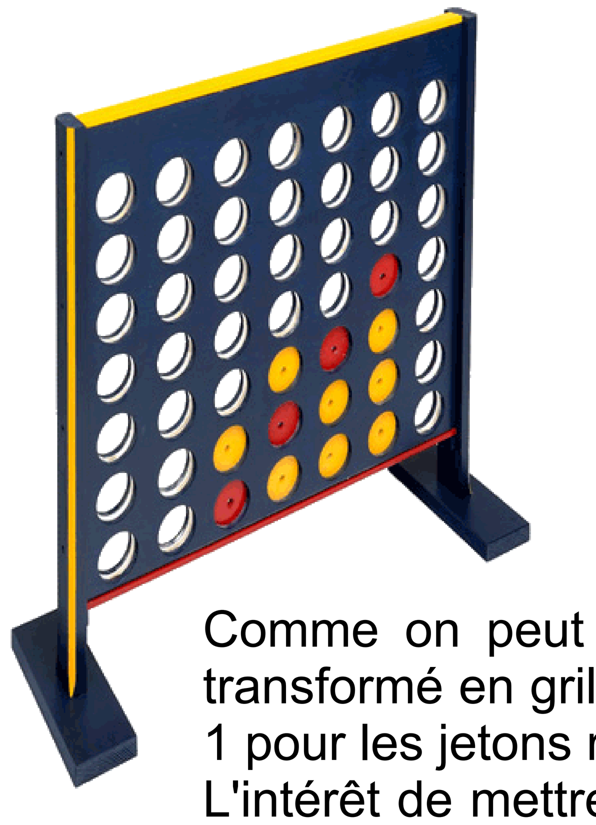
L'EXTRACTION DES SOUS-MATRICES DANS LE PUISSANCE 4

L'EXTRACTION DES SOUS-MATRICES DANS LE PUISSANCE 4



$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Comme on peut le voir sur cette exemple, un puissance 4 peut-être transformé en grille de matrice avec des zéros pour les cases vides, des 1 pour les jetons rouges et des -1 pour les jetons jaunes.
L'intérêt de mettre -1 et pas 2 pour les jetons jaunes est très simple. En additionnant tout les facteurs de la matrice, on peut obtenir le tour du joueur : 0 c'est au joueur rouge de jouer; 1 c'est au joueur jaune.

Une fois les règles du jeu établies, il faut vérifier qu'il y ait victoire ou non. Pour cela, il suffit d'additionner 4 par 4 les cases de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale. Si on obtient 4, il s'agit d'une victoire du joueur rouge, si l'on obtient -4, il s'agit d'une victoire du joueur jaune.
Là, on s'aperçoit qu'il faut extraire des sous-matrice de la matrice de jeu afin de faciliter les calculs. Plutôt que de récupérer des matrices 4x4, on va simplement remplacer les nombres qui ne nous intéresse pas par des zéros.

<u>Exemple pour vérifier la sous-matrice rouge :</u>

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} A_{1;1} & A_{1;2} & A_{1;3} & A_{1;4} & A_{1;5} & A_{1;6} & A_{1;7} \\ A_{2;1} & A_{2;2} & A_{2;3} & A_{2;4} & A_{2;5} & A_{2;6} & A_{2;7} \\ A_{3;1} & A_{3;2} & A_{3;3} & A_{3;4} & A_{3;5} & A_{3;6} & A_{3;7} \\ A_{4;1} & A_{4;2} & A_{4;3} & A_{4;4} & A_{4;5} & A_{4;6} & A_{4;7} \\ A_{5;1} & A_{5;2} & A_{5;3} & A_{5;4} & A_{5;5} & A_{5;6} & A_{5;7} \\ A_{6;1} & A_{6;2} & A_{6;3} & A_{6;4} & A_{6;5} & A_{6;6} & A_{6;7} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} A_{1;1} & A_{1;2} & A_{1;3} & A_{1;4} & 0 & 0 & 0 \\ A_{2;1} & A_{2;2} & A_{2;3} & A_{2;4} & 0 & 0 & 0 \\ A_{3;1} & A_{3;2} & A_{3;3} & A_{3;4} & 0 & 0 & 0 \\ A_{4;1} & A_{4;2} & A_{4;3} & A_{4;4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Il suffira pour vérifier les autres matrices de déplacer les 1 sur les diagonales des deux matrices. La première matrice permet de ne récupérer que des les lignes choisies (dans l'exemple, les quatre premières) et la deuxième matrice permet de ne récupérer que les colonnes choisies (dans l'exemple, les quatre premières diagonales).

On a donc réussit à obtenir une *formule* qui fonctionnera pour n'importe qu'elle matrice de taille 6x7, Bien que très pratique pour la vérification dans le puissance 4, on pourra réutiliser cette fonction pour n'importe quel cas :

$$f(\mathbf{M}, n, m) = \mathbf{A} * \mathbf{M} * \mathbf{B} = \mathbf{M}'$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1;1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{2;2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{3;3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{4;4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{5;5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6;6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_{1;1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{2;2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{3;3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{4;4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{5;5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6;6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{7;7} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a_{i,i} = 1 \text{ si } n \leq i \leq n+3 \\ a_{i,i} = 0 \text{ sinon} \end{cases} \qquad \begin{cases} b_{i,i} = 1 \text{ si } m \leq i \leq m+3 \\ b_{i,i} = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

$$\mathbf{M}' = \begin{pmatrix} A'_{1;1} & A'_{1;2} & A'_{1;3} & A'_{1;4} & A'_{1;5} & A'_{1;6} & A'_{1;7} \\ A'_{2;1} & A'_{2;2} & A'_{2;3} & A'_{2;4} & A'_{2;5} & A'_{2;6} & A'_{2;7} \\ A'_{3;1} & A'_{3;2} & A'_{3;3} & A'_{3;4} & A'_{3;5} & A'_{3;6} & A'_{3;7} \\ A'_{4;1} & A'_{4;2} & A'_{4;3} & A'_{4;4} & A'_{4;5} & A'_{4;6} & A'_{4;7} \\ A'_{5;1} & A'_{5;2} & A'_{5;3} & A'_{5;4} & A'_{5;5} & A'_{5;6} & A'_{5;7} \\ A'_{6;1} & A'_{6;2} & A'_{6;3} & A'_{6;4} & A'_{6;5} & A'_{6;6} & A'_{6;7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} A'_{i,j} = A_{i,j} \text{ si } n \leq i \leq n+3 \text{ et si } m \leq j \leq m+3 \\ A'_{i,j} = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$