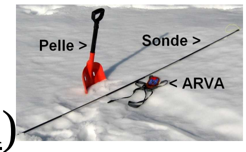
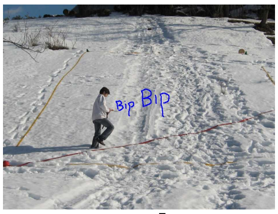
# *Optimisation de recherche en avalanche*

*Par PEIGNOT Kévin et SEGRETAIN Armel*
*élèves de Terminale S3*




## Le principe de recherche en avalanche avec un DVA (ARVA)

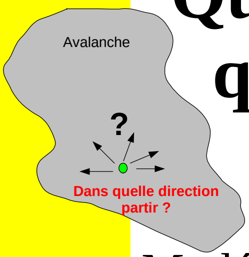

Le sauveteur choisit une direction initiale.





Dans cette direction, l'ARVA émet un signal qui est d'autant plus fort que l'on est proche de la victime.

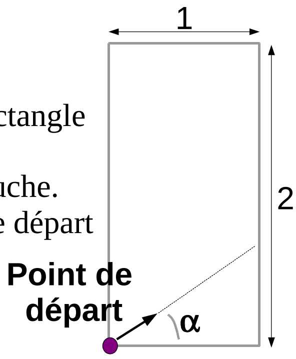

À l'endroit où le signal est le plus important on prend la direction perpendiculaire.




# Quelle direction initiale faut-il prendre pour que la longueur moyenne parcourue pour trouver la victime soit la plus petite ?

## Modélisation

L'avalanche est représentée par un rectangle de dimensions 1x2.
On part toujours du coin inférieur gauche.
On note $\alpha$ l'angle entre la direction de départ et l'horizontale.




Discussion avec un chercheur lors du congrès *MATh.en.JEANS*

Répétition avant la présentation en amphi

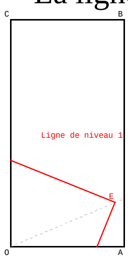
## Traitement du modèle

Ayant fixé un angle de départ $\alpha$, on doit calculer, pour chacun des points de l'avalanche, la longueur totale parcourue pour arriver à ce point (où se trouve potentiellement la victime) avant de faire la moyenne de ces longueurs.
Mais le problème est qu'on ne peut pas comptabiliser toutes les positions possibles de la victime, ce qui nous a conduit à procéder autrement en cherchant tout d'abord l'ensemble des points séparés d'une même longueur du point de départ, ce qu'on appelle les lignes de niveau.

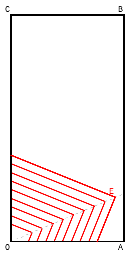
Pour la ligne de niveau 1 (c'est-à-dire tous les points qui sont séparés d'une longueur totale égale à 1 du point de départ)

On a le point E qui est à 1 de O sur la direction de départ.
Puis on peut parcourir une distance moindre que 1 et effectuer le complémentaire sur la perpendiculaire.


La ligne de niveau 1 forme une « pointe » de part et d'autre de la direction de départ.

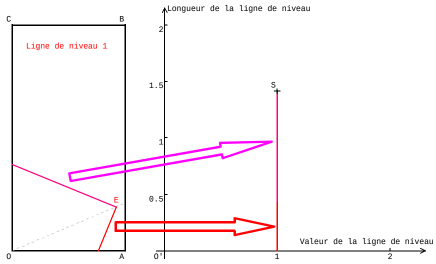


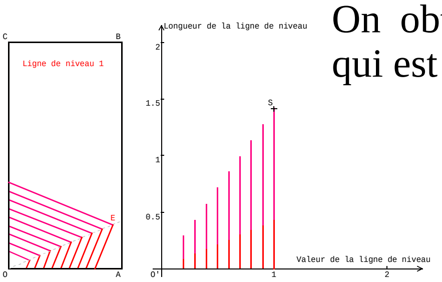

Voici diverses lignes de niveau.



Présentationà l'université Paris-Diderot

On a ainsi construit un diagramme en bâtons en mettant en abscisse les valeurs $x$ des lignes de niveau et en ordonnée les longueurs $f(x)$ de ces lignes de niveau.




On obtient la fonction de densité $f$ qui est linéaire par morceaux.

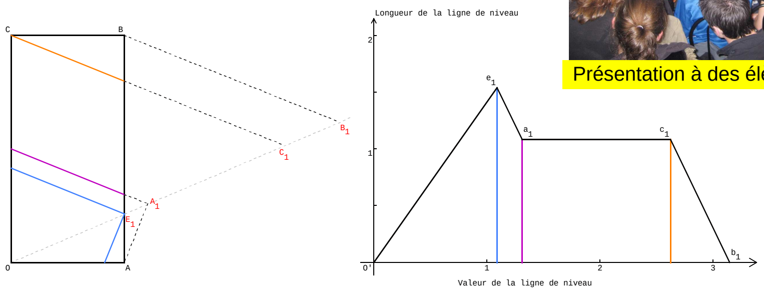
Pour chaque valeur $x$ d'une ligne de niveau, $f(x)$ représente le « nombre » de points qui se trouvent sur la ligne de niveau considérée.

Présentation à des élèves de Poitiers

On calcule ensuite la moyenne des valeurs $x$ pondérées par les poids $f(x)$,

c'est-à-dire $\dfrac{\int f(x) \times x \, dx}{\int f(x) \, dx}$.

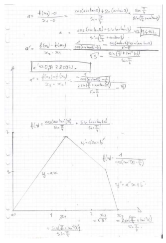
Quand nous construisons complètement la fonction de densité, il y a quatre points clés qui apparaissent.

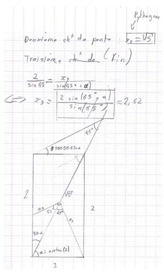



## Conjecture

Une grande partie de nos calculs s'est faite dans le cas où la direction de départ était la grande diagonale. Nous avions alors conjecturé que cette direction était la meilleure. Nous avons cherché les valeurs exactes des coordonnées des points clés.

Nous avons obtenu la valeur moyenne **1,41** pour $\alpha$ = arctan(2).





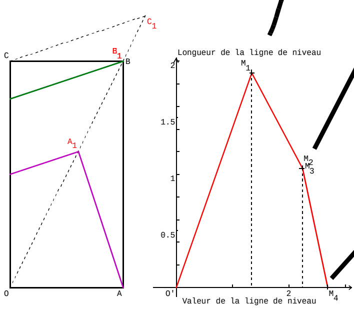
Extraits du cahier de recherche des élèves

Temps de recherche et d'échange

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{4} + \arctan(2)\right)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)} \simeq 1{,}34 \\ y_1 = \dfrac{\cos(\arctan(2))}{\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)} + \dfrac{\sin(\arctan(2))}{\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)} \simeq 1{,}89 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \sqrt{5} \simeq 2{,}24 \\ y_2 = \dfrac{1}{\cos\left(\arctan(2) - \dfrac{\pi}{4}\right)} \simeq 1{,}05 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_4 = \dfrac{2\sin\left(\dfrac{\pi}{4} + \arctan(2)\right)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)} \simeq 2{,}62 \\ y_4 = 0 \end{cases}$$


## La meilleure solution

Si on calcule la moyenne des longueurs parcourues pour chaque valeur de l'angle $\alpha$, on obtient une fonction de cet angle dont le minimum est obtenu pour **$\alpha$ = arctan(3)**.