

Sujet :

Pour monter un roulement à billes on dispose de deux cercles (de rayons r et r').

On les décentre pour disposer les billes dans la lune ainsi formée, puis on répartit les billes entre les deux cercles.

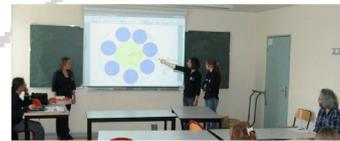
Problème : combien peut-on mettre de billes dans la lune en fonction de r et r' ?

Il est facile de remarquer que le diamètre des billes sera $r-r'$. Étant donné que nous avons trop de paramètres à gérer, nous avons fixé $r'=2$.



Roulement à billes

par Bert Laetitia,
Muller Marianne
et Bichon Adélaïde



1^{er} essai

Les billes vont se répartir le long du cercle « intermédiaire » qui est de rayon $\frac{2+r}{2}$

Si nous divisons ce périmètre par le diamètre d'une bille, qui est à peu près égal à « l'espace » qu'occupe une bille, nous obtenons le maximum de billes que l'on peut mettre entre les deux cercles.

Premier majorant :

Au maximum, nous pouvons mettre $\pi \frac{(r+2)}{(r-2)}$ billes.

2^{ème} essai

Lors du montage du roulement, nous ne pouvons pas disposer plus de billes que la surface de la lune (surface grisée).

Deuxième majorant :

Au maximum, nous pouvons mettre $4 \frac{(r+2)}{(r-2)}$ billes.

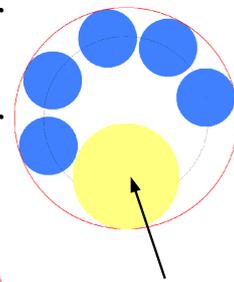
Ce deuxième majorant est moins bon que le premier.



Présentation des recherches
lors du congrès
MATH.en.JEANS à Bordeaux.

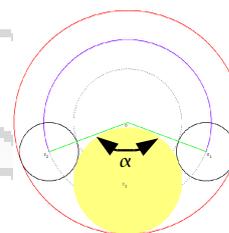


Quand nous plaçons les billes, nous commençons par les mettre sur le cercle dit « intermédiaire », mais la position du cercle intérieur nous empêche de répartir les billes sur tout le cercle intermédiaire.



Nous ne pouvons pas disposer de billes dans cette zone en jaune.

Nous avons ainsi cherché à diminuer le périmètre du cercle intermédiaire, en prenant seulement l'arc où nous pouvons placer une bille (arc en mauve sur le dessin ci-contre).



Après de nombreux calculs de trigonométrie, nous obtenons notre **premier minorant** :

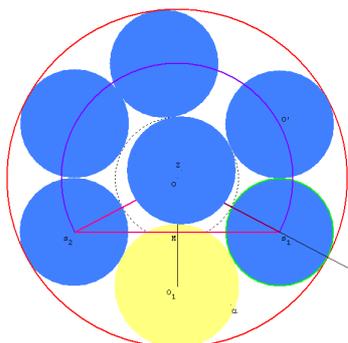
Au minimum, nous pouvons mettre $\left(\pi - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{(r+2)}{(r-2)}$ billes avec $\alpha = 2 \times \cos^{-1} \left(\frac{r-2}{r+2} \right)$



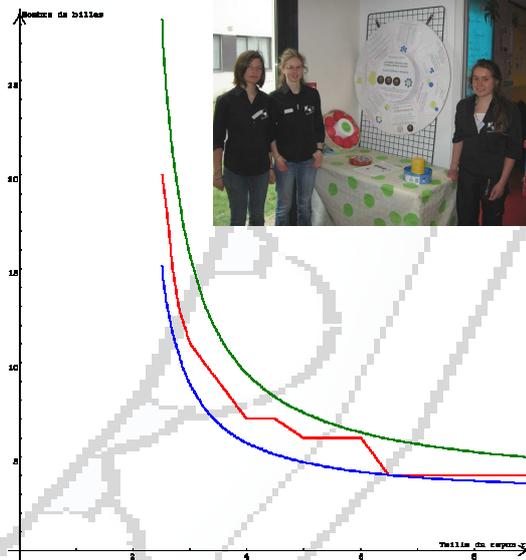
Méthode expérimentale

Avec l'aide du logiciel *Géoplan*, nous avons placé expérimentalement le maximum de billes que nous pouvions mettre en fonction de r .

Test pour $r = 5,5$.
Nous plaçons 6 billes



Taille de r	Nombre de billes	Nombre de billes minorant (formule 3)	Nombre de billes majorant (formule 1)
2,5	20	15,14	28,27
2,6	18	13,05	24,09
2,7	15	11,55	21,09
2,8	13	10,43	18,85
2,9	12	9,56	17,1
3	11	8,86	15,71
3,5	9	6,77	11,52
4	7	5,73	9,42
4,5	7	5,11	8,17
5	6	4,7	7,33
5,5	6	4,41	6,73
6	6	4,19	6,28
6,5	4	4,02	5,93
7	4	3,89	5,65
7,5	4	3,78	5,43
8	4	3,69	5,24
8,5	4	3,62	5,07
9	4	3,55	4,94



Représentation graphique de ces valeurs

Comportement des formules à la limite



Nous avons prolongé nos formules d'encadrement. Nous avons remarqué que notre majorant pouvait être inférieur à 4 (aux alentours de $r = 16,5$).

Cela signifie que nous pouvons mettre moins de quatre billes dans un roulement. Par contre la courbe bleue est toujours au-dessus de trois. Autrement dit, nous ne pouvons pas mettre moins de trois billes.

