

Les échafaudages

Par DUMAY Robin, DONA Roman, MAURIN Baptiste et JAVENEAU Clément élèves de seconde.

Sujet :

On s'intéresse à un échafaudage (ou un grillage) de taille $m \times n$ dans le plan.

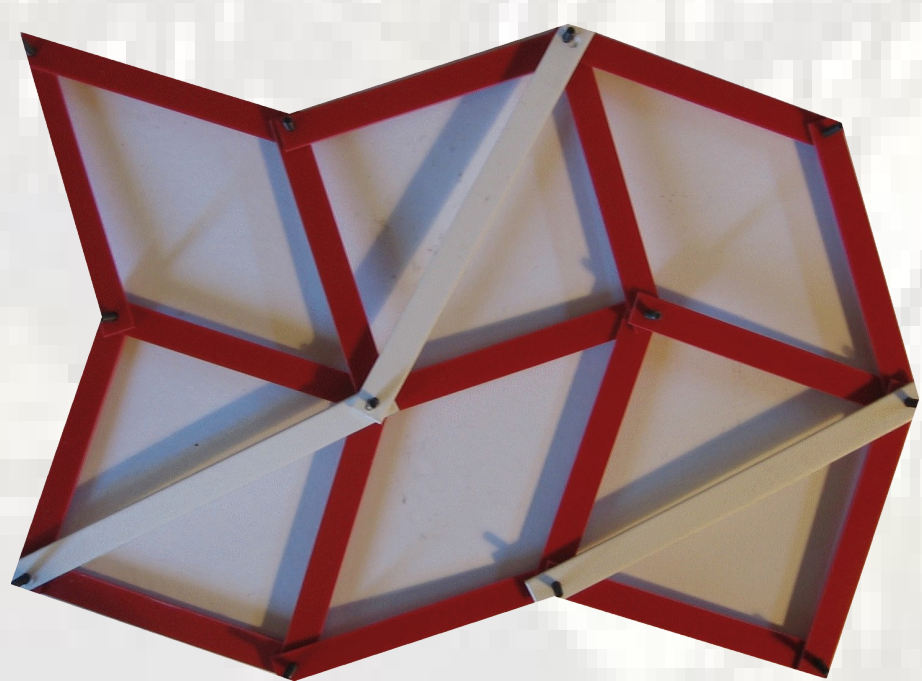
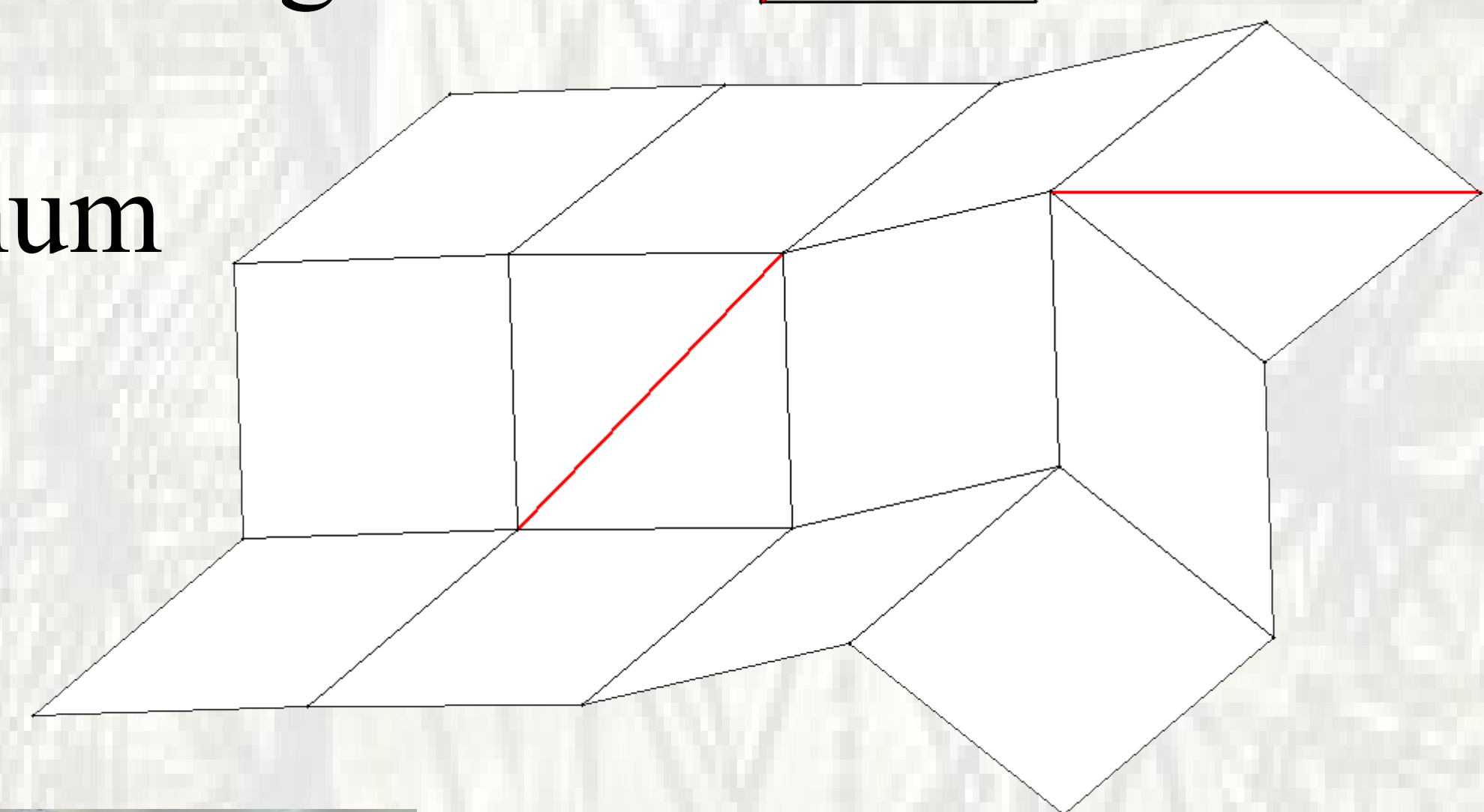
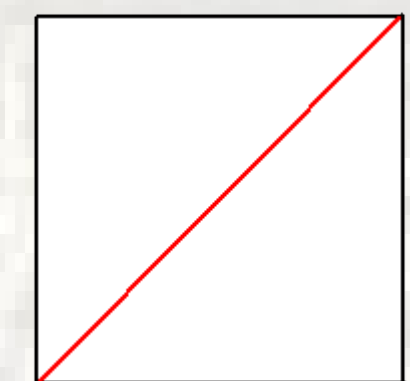
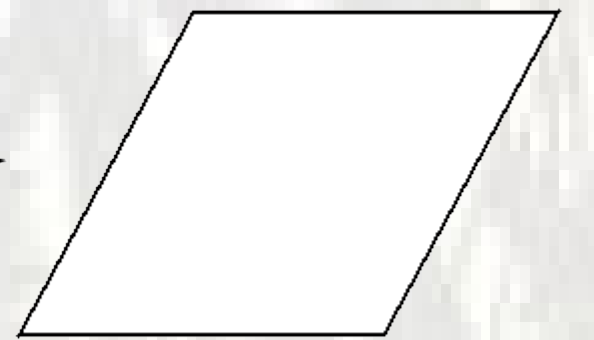
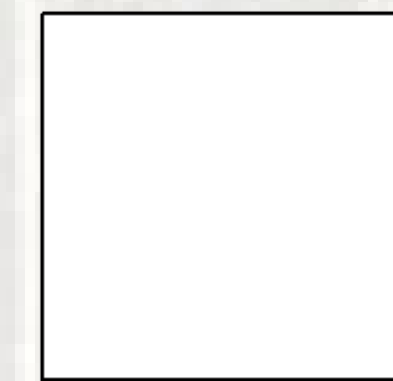
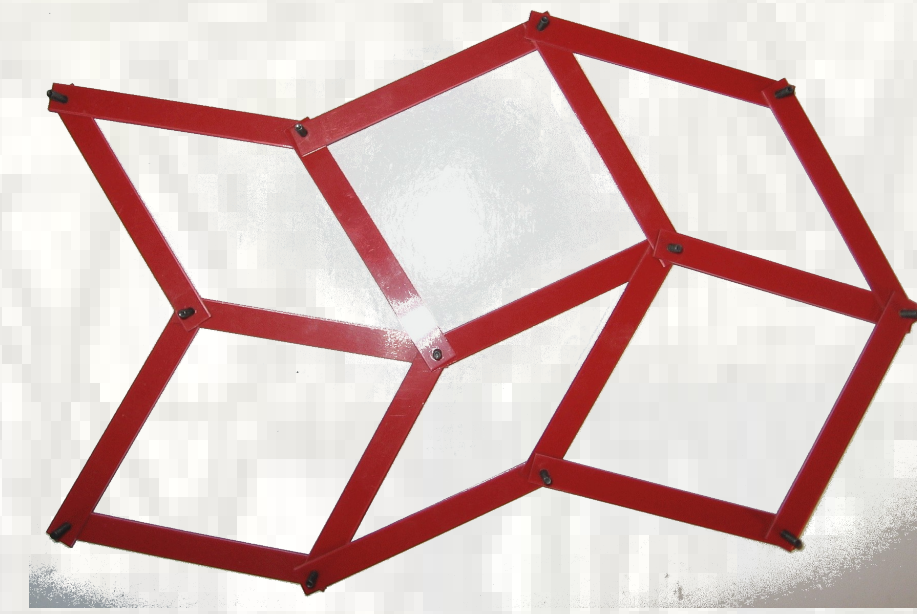
Il est constitué de losanges de barres articulées pouvant se déformer :

On peut rigidifier un carré en lui ajoutant une barre diagonale :

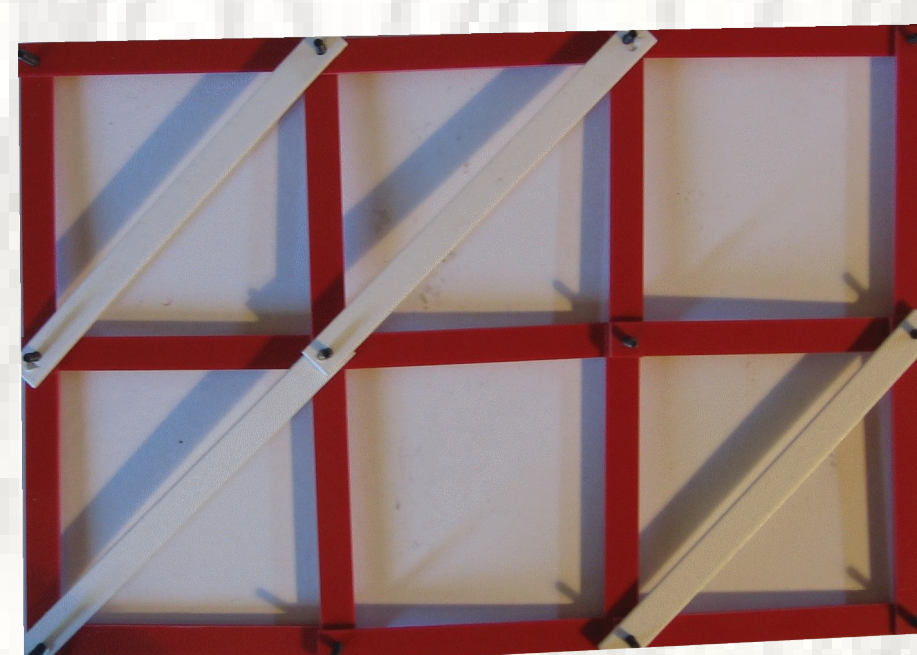
On se pose deux questions :

1) combien de barres diagonales faut-il au minimum pour rigidifier l'échafaudage ?

2) un échafaudage donné est-il rigide ?



Échafaudage non rigide



Échafaudage rigide



Présentation au forum mathématiques d'Ajaccio



Échanges avec le chercheur au lycée

Travail de recherche

Pour nous aider dans nos recherches, notre établissement nous a fabriqué des structures « échafaudages ».

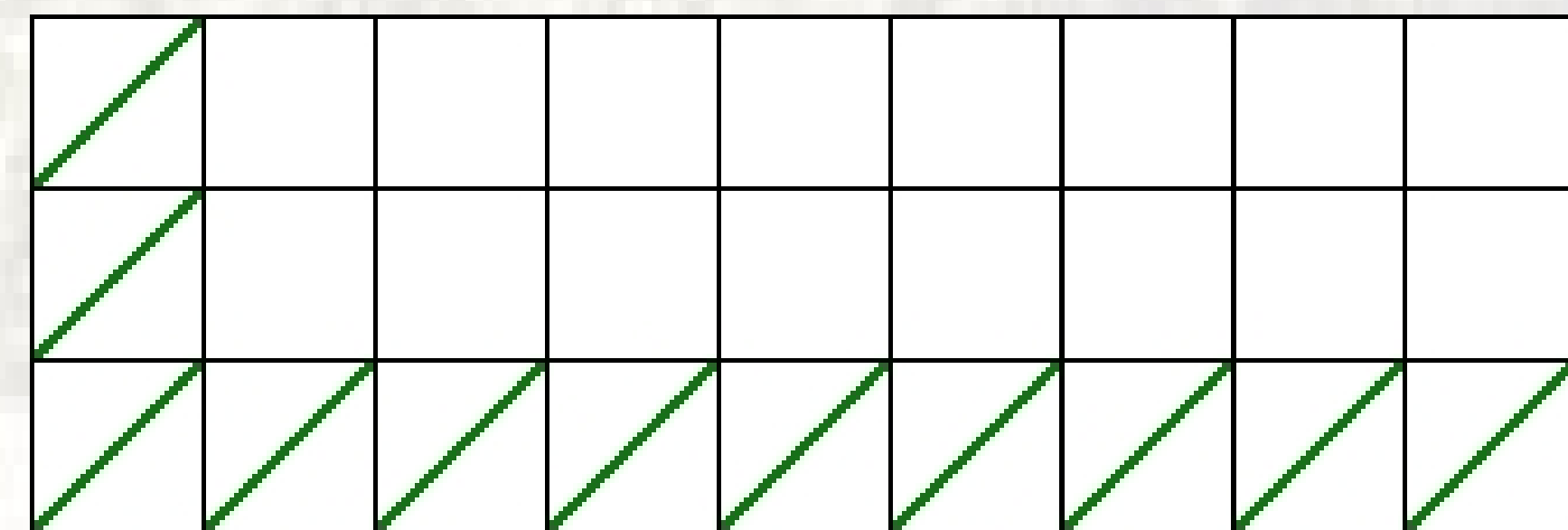
Voici en résumé nos résultats :

Conjecture générale : Nous avons généralisé nos conjectures, à savoir pour rigidifier un échafaudage de taille $m \times n$ il faudra $n+m-1$ barres de renfort.

Type d'échafaudage	Nombre de barres pour le rigidifier
1×1	1
1×2	2
1×3	3
$1 \times n$	n
2×2	3
2×3	4
$2 \times n$	$n+1$
3×3	4
3×4	5
$3 \times n$	$n+2$

Recherche de conditions « simples » de stabilité

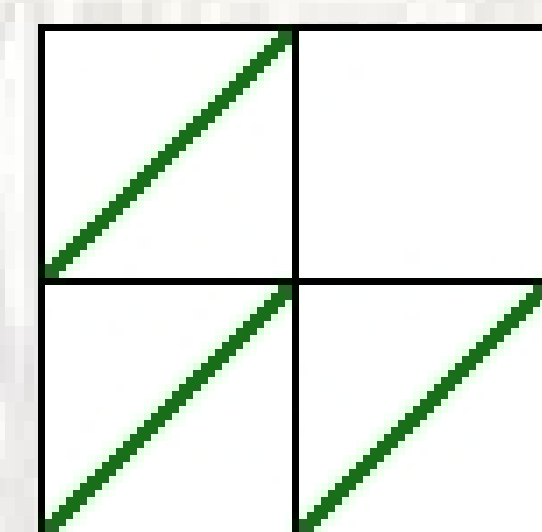
Théorème : les échafaudages avec barres de renfort sur la première colonne et la première ligne sont rigides.



Corollaire : pour un échafaudage $n \times m$, $n+m-1$ barres suffisent pour le rigidifier.

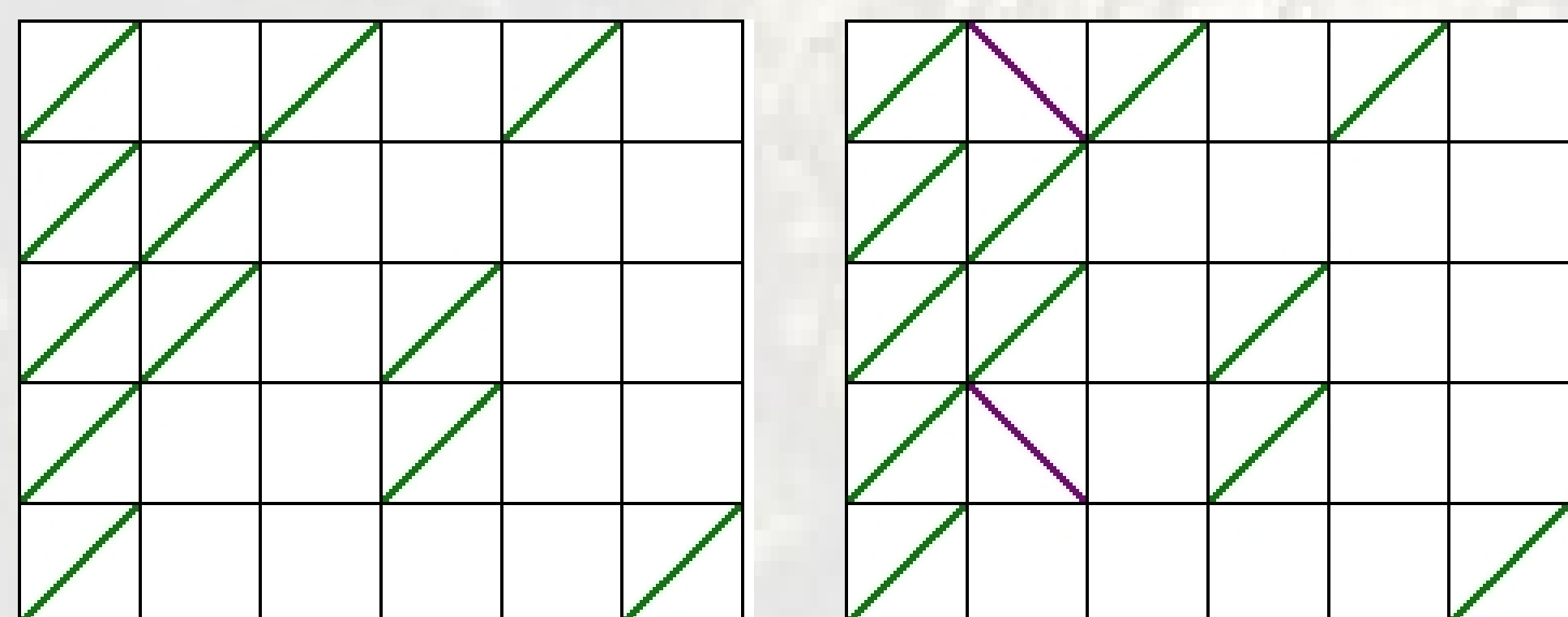
Méthode pour la preuve du théorème :

Si à l'intérieur d'une structure donnée, il y a une sous-structure 2×2 avec trois barres comme ci-contre, alors la quatrième case est rigide.

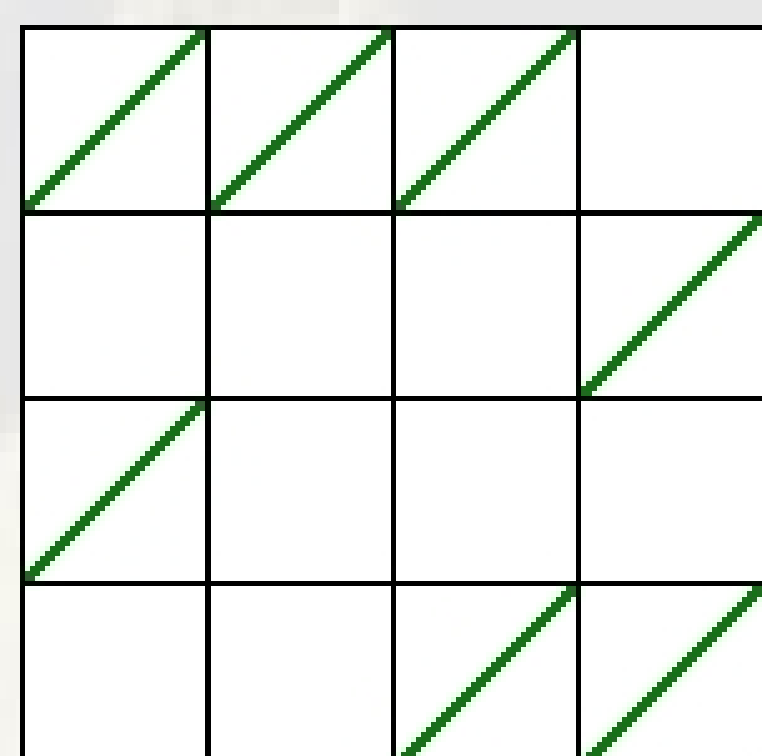
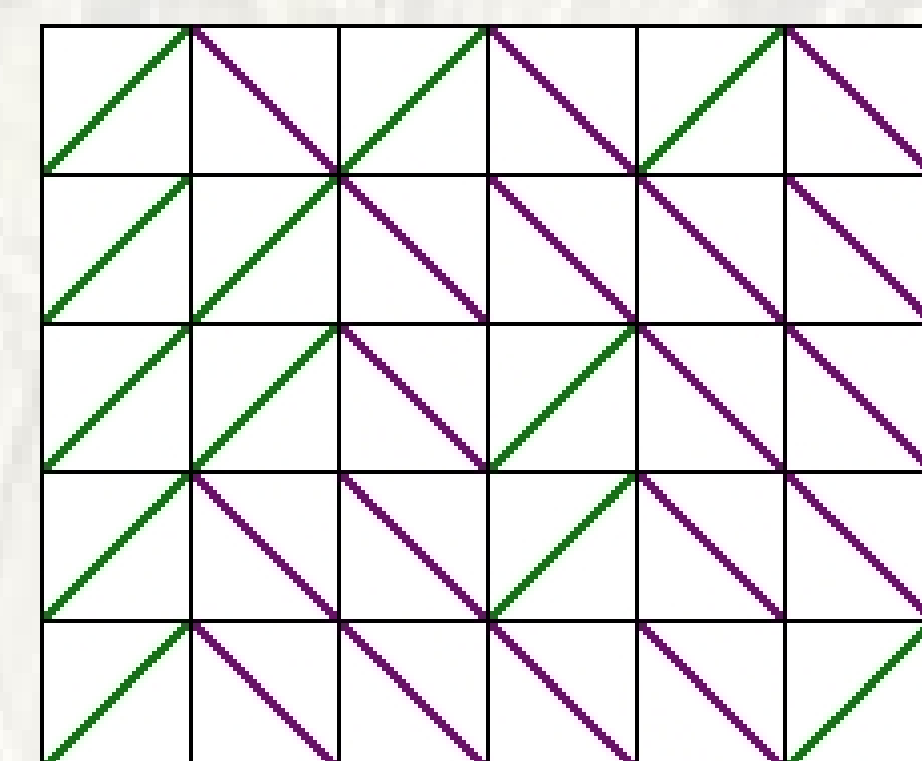


On met alors une barre « virtuelle » dans cette case. On cherche ensuite d'autres sous-structures 2×2 avec trois barres (« réelles » ou « virtuelles »). Si on peut de cette manière remplir toutes les cases, alors la structure est rigide.

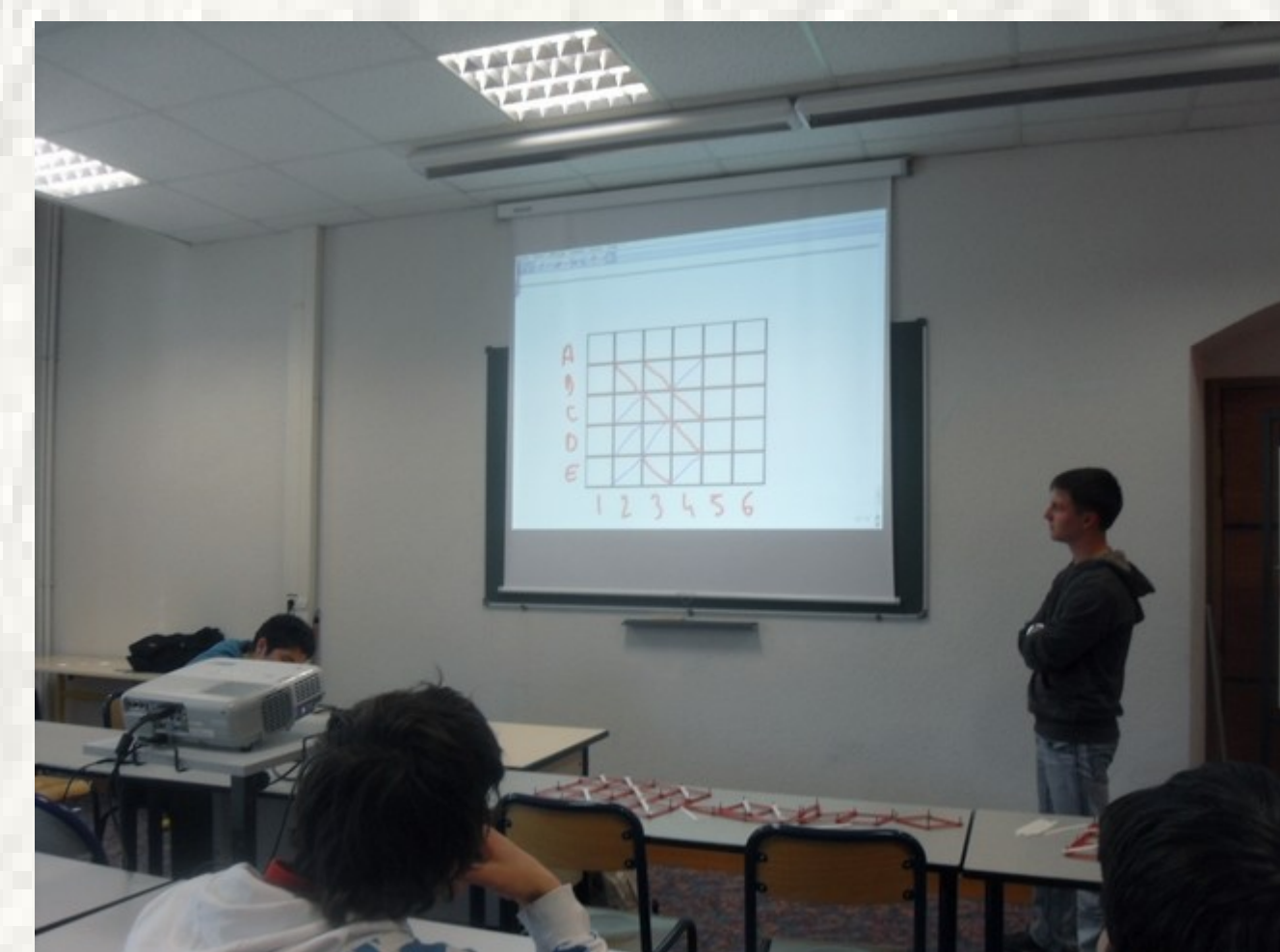
Avec cette règle, nous pouvons déterminer si certains échafaudages sont rigides, par exemple :



La première figure de gauche ci-contre devient la seconde figure et ainsi de suite nous arrivons à :



Par contre il existe des échafaudages rigides dont nous ne pouvons pas prouver la rigidité avec notre méthode, exemple ci-contre.



Présentation au congrès MATH.en.JEANS de Gap

Cette méthode ne nous a pas permis de prouver la totalité de la conjecture générale. En effet, nous pouvons seulement dire qu'il faudra au minimum une barre par colonne et par ligne (soit $\max(m;n)$ barres). Nous n'avons pas pu prouver qu'il n'existe pas d'échafaudage rigide avec seulement $n+m-2$ barres.