

| Essai | Nombre de captures | Nombre de marmottes | Total (population) |
|-------|--------------------|---------------------|--------------------|
| 1 | 0 | 40 | 40 |
| 2 | 0 | 40 | 40 |
| 3 | 1 | 39 | 40 |
| 4 | 1 | 39 | 40 |
| 5 | 1 | 39 | 40 |
| 6 | 1 | 39 | 40 |
| 7 | 1 | 39 | 40 |
| 8 | 1 | 39 | 40 |
| 9 | 2 | 38 | 40 |
| 10 | 2 | 38 | 40 |
| 11 | 3 | 37 | 40 |
| 12 | 3 | 37 | 40 |
| 13 | 0 | 40 | 40 |
| 14 | 4 | 36 | 40 |
| 15 | 2 | 38 | 40 |
| 16 | 1 | 39 | 40 |
| 17 | 2 | 38 | 40 |
| 18 | 2 | 38 | 40 |
| 19 | 4 | 36 | 40 |
| 20 | 4 | 36 | 40 |

Compter les marmottes

Par Julien MOUTARD, ROZAN Vincent,
MUTILLOD Jean et DUEZ Thomas

élèves de terminale S du Lycée d'Altitude de Briançon



Répétition avant l'oral

Sujet : Comment procéder pour estimer une population N d'animaux (par exemple des marmottes)

Méthode étudiée :

Nous avons une population de N marmottes que l'on souhaite estimer. Nous capturons M marmottes que nous marquons et relâchons.

Nous répétons n fois la démarche suivante :

Capturer C marmottes (avec relâche) et noter $X(i)$ le nombre de marmottes marquées parmi les C

Ainsi nous sommes en mesure d'estimer N. Le rapport $X(i)/C$ doit être proche de M/N , cette estimation est meilleure si on remplace $X(i)$ par la moyenne des $X(i)$.

Voici notre formule $N = CM / \text{moyenne}(X(i))$.

Nous remarquons que cette formule dépend de nombreux paramètres (M, C et n) et nous avons voulu comprendre comment les choisir pour avoir la meilleure estimation possible.

Travail de recherche et d'expérimentation au lycée



Séminaire avec le chercheur



Discussion avec le chercheur sur la géométrie hyperbolique

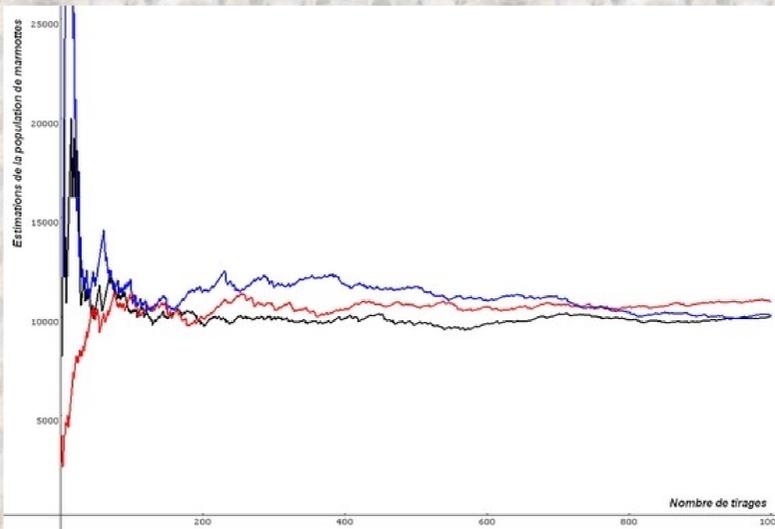


Présentation des panneaux lors du congrès de Gap



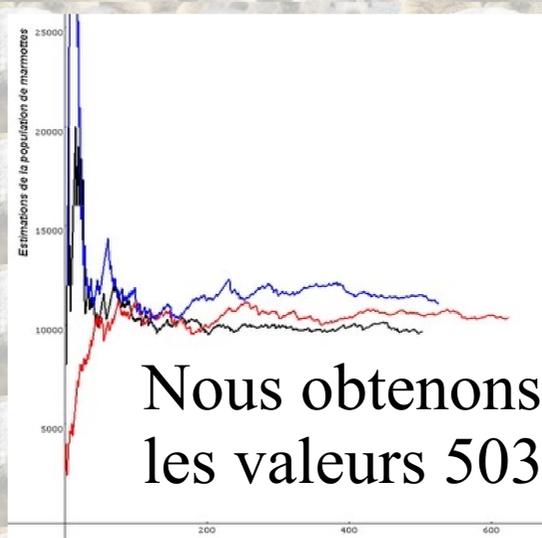
Étude expérimentale :

Nous avons fixé $M=400$ et $C=10$ et nous avons fait des simulations pour « voir » à partir de quelle valeur de n notre estimation ne variait plus trop.

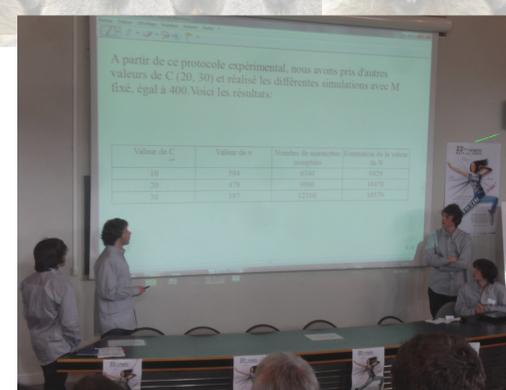


Exposé lors du congrès de Vienne

Nous avons proposé le protocole suivant : si pour 100 estimations consécutives, l'écart entre l'estimation maximale et l'estimation minimale est inférieur à 400, alors on arrête la simulation.

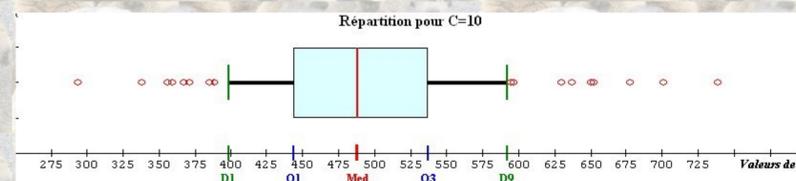


Nous obtenons pour n les valeurs 503, 624 et 526.



Exposé lors du congrès de Gap

Si nous répétons de nombreuses fois (100 fois) les simulations, nous obtenons la répartition des valeurs de n ci-contre :



Ce qui nous donne comme neuvième décile 594.

Le neuvième décile nous intéresse car il signifie qu'avec ce protocole, nous avons dû compter, dans 90% des cas, moins de 594 paquets de 10 marmottes. Autrement dit, nous avons dû prélever moins de $400 + 10 \times 594 = 6340$ marmottes dans la population.

Maintenant que le protocole expérimental est déterminé, nous avons voulu tester l'influence des différents paramètres fixés. Nous avons pris d'autres valeurs de C et réalisé différentes simulations avec $M=400$. Voici les résultats d'une simulation pour chaque valeur de C :

Nous pouvons remarquer que le nombre de marmottes comptées augmente avec C .

| Valeur de C | Valeur du 9 ^o décile | Valeur de n | Nombre de marmottes comptées | Estimation de la valeur de N |
|---------------|---------------------------------|---------------|------------------------------|--------------------------------|
| 10 | 594 | 387 | 4270 | 9382 |
| 20 | 479 | 455 | 9500 | 10898 |
| 30 | 397 | 280 | 8800 | 8528 |
| 15 | 526 | 425 | 6775 | 11333 |
| 5 | 777 | 685 | 3825 | 9786 |
| 1 | 1499 | 982 | 1382 | 9580 |



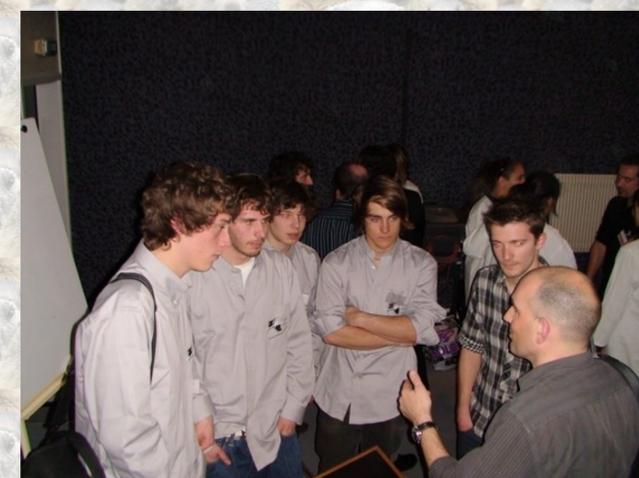
Discussion avec le chercheur



Démonstration de la proposition ci-dessous lors du congrès de Vienne

Suite au congrès de Gap et aux discussions avec notre chercheur, nous avons décidé de fixer à 4600 le nombre de marmottes comptées ($C \times n = 4600$). Nous avons alors remarqué qu'il est inutile de faire des « paquets » de comptage de marmottes, c'est-à-dire que l'on peut prendre $C=1$.

Juste avant le congrès de Vienne, notre chercheur nous a montré que, si en effet on fixe le nombre de marmottes comptées alors, la valeur de C n'a pas d'importance.



Échanges avec des chercheurs lors du congrès de Gap