



Stand lors du congrès MeJ de Lyon

# Les taches des girafes

ou les diagrammes de Voronoï

Par Rudy BARNEAUD-CHAPELIER, François-Xavier RIPPERT, Felix D'HURLBORDE, Adèle FINE et Claire MAILLET élèves de première S et de seconde au Lycée d'Altitude de Briançon.

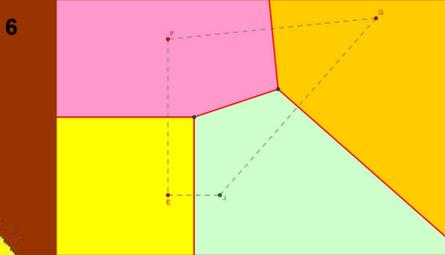
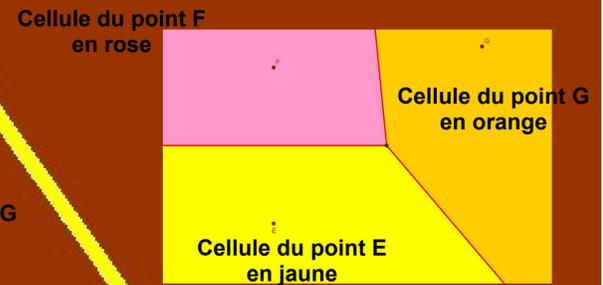


Présentation à Télé-école

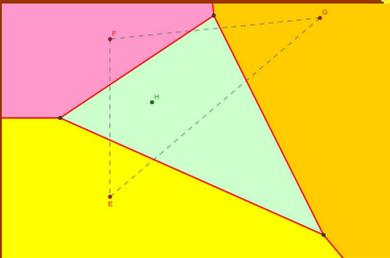
**2** **Sujet :** étant donné  $n$  points  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .  
On appelle diagramme de Voronoï l'ensemble des cellules  $C_i = \{M \text{ tel que } d(M, A_i) < d(M, A_j) \text{ pour tout } j \neq i\}$   
Construire et étudier les diagrammes de Voronoï.

**4** **3 points**  
Les trois demi-droites partant du centre du cercle circonscrit et portées par les médiatrices vont donner les frontières des trois cellules.

**3** **2 points**  
Il y aura deux cellules séparées par la médiatrice

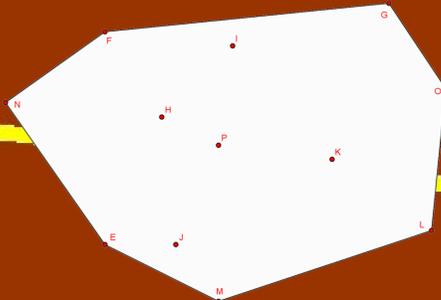


**6** **4 points**  
Si les 4 points forment un quadrilatère.

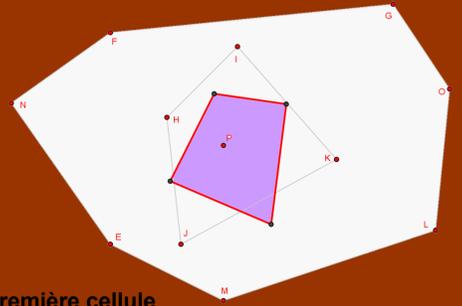


**7** **4 points**  
Si trois points forment un triangle et le quatrième est à « l'intérieur » du triangle.

**8** **Plus de points**  
On construit le **plus grand polygone** avec les points du réseau.

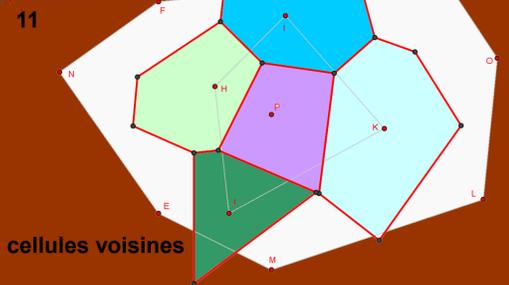
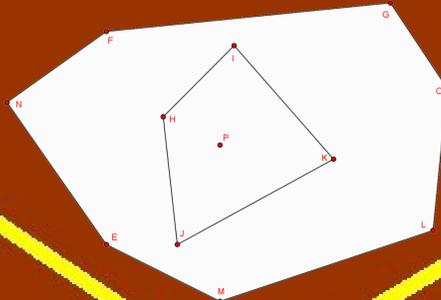


**10**  
A la fin, dans le dernier polygone, il va rester soit 0 point, soit 1 point, soit 2 points. Il faudra partir de ces points pour réaliser les cellules.

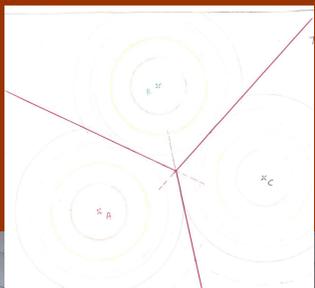


Première cellule

On "oublie" ce polygone et on refait la même démarche avec les points restants. On obtient une suite de polygones emboîtés.



Les cellules voisines

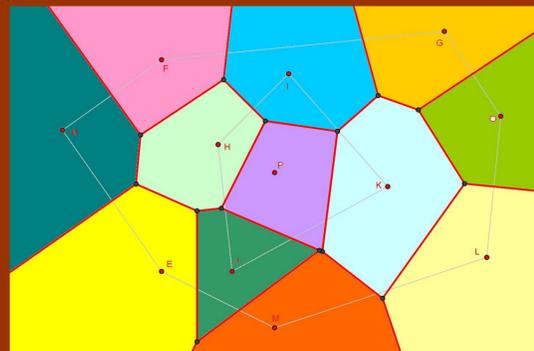


Travail de recherche et vidéo conférence avec le chercheur



\* Si les angles sont égaux à  $90^\circ$  alors les médiatrices sont concourantes en un même point. Nous constatons que les médiatrices des côtés sécants du quadrilatère ne coupent entre elles. Dans cet exemple, pour que le rose et le bleu soient sécants il faut qu'il y ait un angle aigu mais pour que ce soient les médiatrices des côtés bleus et roses, qui se coupent il faut que l'angle soit obtus. Donc pour que les médiatrices de 2 côtés sécants soient concourantes, il faut que l'angle entre ces 2 côtés soit aigu.

Diagramme de Voronoï des 12 points



La forme des taches des girafes MATH.en.JEANS 2013-2014 1/2

Présentations lors du congrès MeJ de Lyon



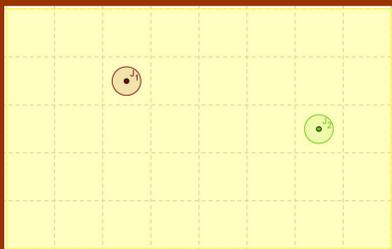
# JEU DE VORONOÏ

À partir du jeu des diagrammes de Voronoï, nous avons imaginé un jeu qui a trois variantes.



Présentation au collège lors de la semaine des maths

Deux joueurs, un coup chacun, sur un plateau de 8 sur 5



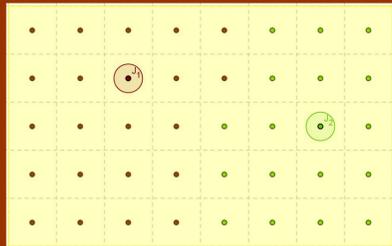
Nombre de coups par joueur  
1 ou plus

Taille et forme du jeu  
Plateau, cylindre, tore

Nombre de joueur  
2 ou plus

Résultats pour deux joueurs, un coup chacun, sur un plateau de  $n \times m$

Chaque joueur dépose un point sur le plateau. Les joueurs gagnent les cases les plus proches de leurs jetons de départ. Le joueur qui a le plus de cases de sa couleur a gagné.



Le joueur  $J_1$  a 22 cases contre 18 pour le joueur  $J_2$

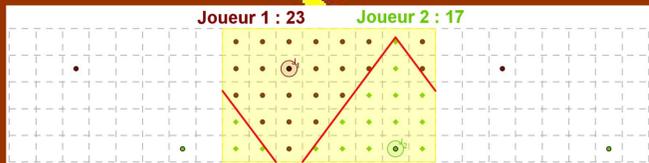
Plateau impair x impair

Le premier joueur gagne en se plaçant au centre du plateau

Il faut essayer de se mettre au centre du plateau, le premier joueur à l'avantage



Résultats pour deux joueurs, un coup chacun, sur un cylindre de  $n \times m$



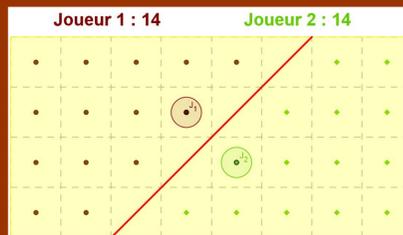
La trace des médiatrices va former des dents de scie



La stratégie consiste à prendre position sur les cases centrales

Plateau impair x pair ou pair x pair

Les deux joueurs font égalité

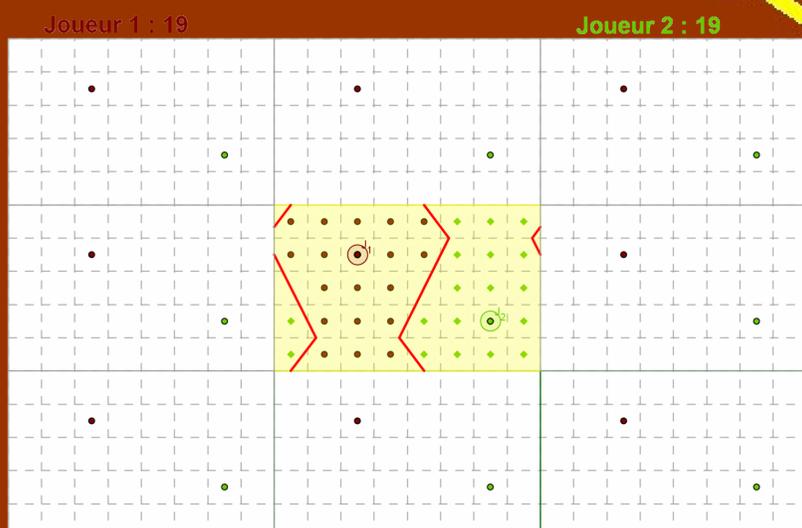


Résultats pour deux joueurs, deux coups chacun, sur un plateau de  $n \times m$

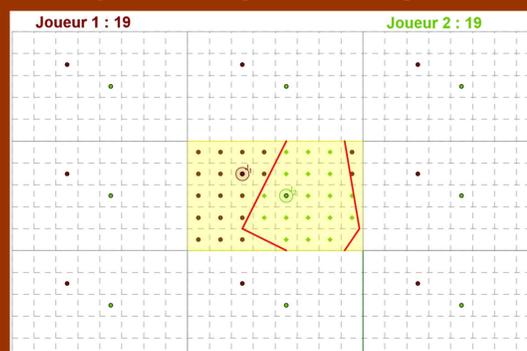


Les joueurs peuvent assurer la sécurité de leur zone en positionnant leurs deux points du même côté ou bien bloquer l'adversaire en posant leur pion derrière le sien

Résultats pour deux joueurs, un coup chacun, sur un tore de  $n \times m$



Sur le tore il y a toujours égalité



Présentations sur leur stand et en animations lors du congrès MeJ de Lyon



Présentation en amphi lors du congrès MeJ de Berlin